MATERIALI PER LE PROVE
MATEMATICA

INVALSI

- **QUADRO DI RIFERIMENTO DELLA PROVA DI MATEMATICA**
- **ESEMPI DI COMPITI E QUESITI**
- **ESEMPI DI QUESITI OCSE-PISA**
- **ESERCITAZIONI ZANICHELLI**
- **ESERCITAZIONI ON-LINE REPERIBILI SUL SITO :**
  http://online.scuola.zanichelli.it/quartaprova/

QUADRO DI RIFERIMENTO DELLA PROVA DI MATEMATICA

Versione aggiornata il 2.03.2011

INDICE

Premessa (Primo ciclo)

Il Quadro di Riferimento (QdR) per le prove di valutazione dell'INVALSI di matematica presenta le idee chiave che guidano la progettazione delle prove, per quanto riguarda:

a) gli ambiti della valutazione, cioè *quali aspetti* della matematica del primo ciclo della scuola si valutano, e la scelta degli argomenti oggetto della valutazione;

b) i modi della valutazione, ossia le caratteristiche degli strumenti di valutazione e i criteri seguiti nella costruzione delle prove.

Il Quadro di Riferimento (QdR) è definito *in corrispondenza con le finalità generali dell'INVALSI, che riguardano la valutazione di sistema di istruzione*, ossia una valutazione dell'efficacia e dell'efficienza del sistema scolastico, globalmente inteso, a livello nazionale e per singoli settori o singole istituzioni scolastiche.

A chi si rivolge

Il QdR serve in primo luogo alle persone incaricate di redigere i quesiti e al gruppo di lavoro che deve comporre i fascicoli: indica i vari aspetti dell'apprendimento da valutare e stabilisce un equilibrio tra le varie aree disciplinari. È quindi uno strumento di lavoro fondamentale nella fase preparatoria di produzione dei questionari.

Il QdR può servire agli insegnanti per *interpretare i risultati* delle prove INVALSI in quanto confronto tra le indicazioni nazionali, il curricolo effettivo e quello raggiunto anche allo scopo di valutare i risultati delle proprie classi o della propria istituzione scolastica: la comparazione dei propri risultati con gli esiti complessivi delle prove può servire per individuare i punti di forza e di debolezza del percorso effettivamente realizzato in classe e delle metodologie scelte; può inoltre aiutare il coordinamento all'interno delle singole istituzioni scolastiche.

Trattandosi di una valutazione che adopera gli strumenti statistici riguardo all'intera popolazione studentesca, essa può costituire un ottimo termine di confronto per le singole scuole o anche per i singoli insegnanti, allo scopo di condurre una riflessione autonoma sia sulle abilità e conoscenze acquisite dagli alunni (curricolo raggiunto), sia sulla validità delle scelte didattiche effettuate, sulla efficacia dell'offerta formativa programmata e infine sulla ampiezza, profondità e coerenza del curriculum effettivamente svolto (curricolo effettivo).

Il QdR può essere adoperato dai responsabili del sistema (Ministero dell'Istruzione, Uffici Scolastici Regionali, Dirigenti scolastici) come un insieme di indicazioni per la lettura corretta dei risultati delle prove valutative nei diversi segmenti scolastici esaminati e poter adottare opportune ed efficaci strategie di intervento, ad esempio relativamente alla predisposizione di piani di formazione in servizio dei docenti.

Il QdR, infine, può offrire alle famiglie informazioni utili per capire il significato della valutazione come momento cruciale di verifica del sistema scolastico.

Tutte queste osservazioni portano a riflettere sull'importante effetto di *ricaduta* che il complesso delle *prove INVALSI* ha sull'intero sistema scolastico e sulle sue scelte didattiche. È proprio in questo senso, come si è detto, che una attenta analisi dei risultati delle prove somministrate potrà contribuire a fornire una guida per il miglioramento dell'insegnamento. Sarebbe al contrario un danno per l'insegnamento e la Scuola se la prospettiva di queste prove dovesse tradursi nella preoccupazione di addestrare gli allievi ad affrontare tipologie valutative simili, limitandosi ad imitarne la forma nelle prove di verifica svolte in classe nel corso dell'anno, senza invece curare la effettiva crescita di quel retroterra cognitivo e culturale di cui le *prove INVALSI* dovrebbero, al contrario, rilevare e valutare l'esistenza, per stimolarne poi lo sviluppo e la crescita.

1 La competenza matematica

L’apprendimento della matematica è una componente fondamentale nell’educazione e la crescita della persona, secondo un punto di vista che ha origini lontane e che è oggi universalmente condiviso. Nel contempo, nella società attuale la matematica è nel cuore del trattamento quantitativo dell’informazione nella scienza, nella tecnologia e nelle attività economiche e nel lavoro, e quindi la competenza matematica è un fattore fondamentale nella consapevolezza del futuro cittadino e nella sua riuscita nel mondo professionale[1]. Interessa perciò sondare se le conoscenze che la scuola, ai diversi livelli, stimola e trasmette, sono ben ancorate ad un insieme di concetti fondamentali di base e di conoscenze stabili, almeno sui livelli essenziali. Si vuole in primo luogo valutare la conoscenza della disciplina matematica e dei suoi strumenti, intendendo tale disciplina come conoscenza concettuale, frutto cioè di interiorizzazione dell’esperienza e di riflessione critica, non di addestramento “meccanico” o di apprendimento mnemonico. Una conoscenza concettuale quindi, che affondi le sue radici in contesti critici di razionalizzazione della realtà, senza richiedere eccessi di astrazione e di formalismo. La formalizzazione matematica dovrebbe infatti essere acquisita a partire dalla sua necessità ed efficacia nell’esprimere ed usare il pensiero matematico. Gli aspetti algoritmici applicativi ed esecutivi, che pure costituiscono una componente irrinunciabile della disciplina matematica, non dovrebbero essere considerati fine a se stessi.

Visti gli obiettivi generali che sono attribuiti all'insegnamento della matematica dalle disposizioni di legge, ma più in generale dalla nostra società, nel solco di una visione della matematica profondamente radicata nella cultura, le *prove INVALSI* non devono limitarsi a valutare l'apprendimento della *matematica utile*, ma devono cercare di far riferimento alla matematica come *strumento di pensiero* e alla matematica come *disciplina con un proprio specifico statuto epistemologico*. Le *prove INVALSI* di matematica per il primo ciclo scolastico sono volte a valutare le conoscenze e le abilità matematiche acquisite dagli studenti in entrata e in uscita del ciclo d’istruzione (classe II della scuola primaria; classe V della scuola primaria; classe I della scuola secondaria di primo grado; classe III della scuola secondaria di I° grado). Tali prove consistono di quesiti costruiti in relazioni a due dimensioni[2]:

I. *i contenuti matematici:* divisi per grandi blocchi o nuclei: Numeri, Spazio e figure, Relazioni e funzioni, Misure, dati e previsioni;
II. *i processi* coinvolti nel lavoro matematico e nella risoluzione di problemi.

1 Questo aspetto è predominante nell’indagine *Programme for International Student Assessment* (PISA) dell’Organizzazione per la cooperazione e lo sviluppo economico (OCSE) che riguarda i quindicenni: “PISA assesses how far students near the end of compulsory education have acquired some of the knowledge and skills that are essential for full participation in society. In all cycles, the domains of reading, mathematical and scientific literacy are covered not merely in terms of mastery of the school curriculum, but in terms of important knowledge and skills needed in adult life”. (“What PISA assess”, http://www.pisa.oecd.org/)

2 In modo simile queste due direzioni sono state analizzate nel quadro di riferimento delle prove di valutazione di TIMSS per quanto riguarda il 4° anno e l’8° anno della scuola di primo ciclo: sono il *contents domain*, diviso in grandi blocchi della matematica elementare, e il *cognitive domain*, diviso nei tre blocchi di conoscere, applicare, ragionare (si veda *TIMSS 2007 Assessment Frameworks*, TIMSS&PIRLS International Study Center (Lynch School of Education, Boston College), Chestnut Hill, MA, 2005 (si può consultare il documento completo nel sito http://timss.bc.edu) . Questa analisi dettagliata è un utile riferimento a livello internazionale per la costruzione delle prove di valutazione in matematica.

2. I contenuti matematici

2.1. I Nuclei tematici

La divisione dei contenuti in grossi blocchi è ormai condivisa a livello internazionale; è però interessante un confronto fra le scelte operate dall'Italia a partire dai Curriculi UMI-CIIM[3] e essenzialmente confermate nei documenti programmatici (dalle Indicazioni Nazionali [4] alle Indicazioni per il Curricolo[5]) e le scelte operate a livello internazionale (OCSE-PISA[6], TIMSS 2007e NCTM 2000[7])

Indicazioni Nazionali e Indicazioni per il curricolo	**OCSE-PISA 2006 Overarching ideas (idee chiave)**	**TIMSS 2007 Content domains (domini di contenuto)**	**NCTM Standards 2000 Contents (contenuti)**
NUMERI	QUANTITA'	NUMERO	NUMERI E OPERAZIONI
SPAZIO E FIGURE	SPAZIO E FORMA	GEOMETRIA	GEOMETRIA
RELAZIONI E FUNZIONI	CAMBIAMENTI E RELAZIONI	ALGEBRA	ALGEBRA
MISURE, DATI E PREVISIONI	INCERTEZZA	DATI E CASO	ANALISI DEI DATI E PROBABILITA'

"Si noti la scelta italiana di utilizzare come titoli dei temi i nomi di *oggetti* matematici e non di *teorie*, e cioè *numeri* anziché *aritmetica*, *spazio e figure* anziché *geometria*, *relazioni e funzioni* anziché *algebra*, *dati e previsioni* anziché *statistica e probabilità*. Questa scelta tende a valorizzare nel primo ciclo gli oggetti con cui gli alunni devono fare esperienza, rispetto alla sitemazione teorica, che peraltro non deve essere tralasciata"[8].

La scelta di OCSE-PISA riguarda le *idee chiave* (*overarching ideas*) che rappresentano i diversi modi di leggere e interpretare la realtà secondo un determinato quadro teorico di riferimento nel quale la matematica è vista essenzialmente come strumento per descrivere, leggere e interpretare la realtà. Per TIMSS 2007 e NCTM 2000 la scelta è mista come si evince dalla tabella sopra riportata.

---

[3] Commissione Italiana Insegnamento della matematica, insieme a SIS (Società Itaiana di Statistica e Mathesis all'interno di un protocollo di intesacon il MIUR ha prodotto tre volumi Matematica 2001, 2003 e 2004 "La matematica per il cittadino" scaricabili all'indirizzo http://www.dm.unibo.it/umi/italiano/Matematica2001/matematica2001.html

[4] Legge 53/2003 e D.Lgs. 59/2004

[5] Decreto Ministeriale 31 luglio 2007

[6] OECD, MIUR, INVALSI, (2007) *Valutare le competenze in scienze, lettura e matematica*, Armando Editore

[7] NCTM (National Council of Teachers of Mathematic) che ha prodotto nel 2000 i Principles and Standars for School Mathematics (U.S.A.) si veda il sito http:// standards.nctm.org/

[8] Anzellotti, G., Cotoneschi S., (2007), Matematica, in “Le indicazioni per il curricolo: la parola alla scuola”, *Notizie della scuola*, 2/3, AnnoXXXV, Tecnodid Editrice

2.2.Ambito di valutazione

Diamo di seguito un elenco dei possibili oggetti della valutazione (senza pretesa di esaustività) ritenuti particolarmente significativi per valutare la competenza matematica nel primo ciclo.

AMBITO DI CONTENUTO	OGGETTI DI VALUTAZIONE
NUMERI	Numeri naturali e loro rappresentazione in base dieci. Addizione e sottrazione fra numeri naturali. Moltiplicazione e divisione fra numeri naturali. Numeri decimali e frazioni. Frazioni equivalenti. Scrittura posizionale dei numeri naturali e decimali. Operazioni fra numeri decimali. Proprietà delle operazioni. Significato delle parentesi in sequenze di operazioni. Proprietà dei numeri naturali: precedente successivo, pari dispari, doppio, metà…). Operazioni con i numeri interi. Calcolo approssimato. Potenze di numeri naturali e interi. Numeri primi. Multipli e divisori. Rapporti, percentuali e proporzioni. Numeri decimali limitati e illimitati periodici (rappresentazione decimale e frazionaria). Numeri razionali. Operazioni con i numeri razionali. Numeri decimali non periodici.
SPAZIO E FIGURE	Mappe, piantine e orientamento. Rappresentazione di oggetti nel piano e nello spazio. Semplici figure dello spazio e del piano (cubo, sfera, triangolo, quadrato…). I principali enti geometrici. Angoli e loro ampiezza. Rette incidenti, parallele e perpendicolari. Verticalità, orizzontalità. Uguaglianza di figure. Equivalenza fra figure. Composizione e scomposizione di figure. Elementi di semplici figure dello spazio (vertici, spigoli, …). Unità di misure di lunghezze, aree e volumi. Perimetro di poligoni. Aree di poligoni. Somma degli angoli di un triangolo e di poligoni. Teorema di Pitagora. Traslazioni, rotazioni e simmetrie. Riproduzioni in scala: ampliamenti e riduzioni. Lunghezza della circonferenza e area del cerchio. Angoli al centro e angoli alla circonferenza. Aree e volumi dei principali solidi. Rappresentazione piana di figure solide. Sistema di riferimento cartesiano. Rappresentazione sul piano cartesiano di figure piane e di trasformazioni geometriche.

RELAZIONI E FUNZIONI (*)	Classificazione di oggetti, figure, numeri in base a una determinata proprietà. Equivalenze e ordinamenti. Grandezze direttamente e inversamente proporzionali Ricerca di regolarità in sequenze di numeri, figure, simboli e parole. Generalizzazione di regolarità attraverso parole e espressioni algebriche. Funzioni del tipo $y=ax$, $y=a/x$ e $y=x^2$ e loro rappresentazione grafica. Rappresentazione di funzioni attraverso parole, tabelle, grafici, espressioni algebriche. Equazioni di primo grado. Rappresentazione di fatti e fenomeni attraverso tabelle, grafici ed espressioni algebriche.
DATI E PREVISIONI (**)	Il collettivo statistico e i suoi elementi. Prime rappresentazioni di dati (tabelle, pittogrammi, grafici a barre, ecc.). Caratteri qualitativi e quantitativi. Moda, mediana e media aritmetica. Istogrammi. Calcolo di frequenze relative e percentuali. Diagrammi di vario tipo. Evento certo, possibile e impossibile. Campione estratto da una popolazione: casuale e non casuale. Probabilità di un evento: valutazione della probabilità di eventi elementari ed equiprobabili. Semplici valutazioni di probabilità di un evento a partire da dati statistici. Misure di grandezze discrete per conteggio. Misure di grandezze continue attraverso oggetti e strumenti. Il Sistema Internazionale di misura. Stime e approssimazioni. Notazione scientifica

(*) Il Nucleo *Relazioni e funzioni* sarà valutato a partire dalla classe V della scuola primaria

(**) Il Nucleo Misure, Dati e Previsioni è stato modificato in Dati e Previsioni, in quanto la Misura è trasversale ai diversi ambiti di contenuto.

3. I processi

Per i compiti di valutazione, anche secondo direzioni coerenti con *frameworks* internazionali come ad esempio la rilevazione TIMSS 2007 ma sempre tenendo presente la nostra tradizione culturale, distinguiamo alcuni processi che possono essere valutati attraverso le *prove INVALSI* e di cui si deve tener conto nella costruzione delle prove:

1. conoscere e padroneggiare i contenuti specifici della matematica (*oggetti matematici, proprietà, strutture...*);
2. conoscere e padroneggiare algoritmi e procedure (*in ambito aritmetico, geometrico...*);
3. conoscere e padroneggiare diverse forme di rappresentazione e sapere passare da una all'altra (*verbale, scritta, simbolica, grafica, ...*);
4. sapere risolvere problemi utilizzando gli strumenti della matematica (*individuare e collegare le informazioni utili, confrontare strategie di soluzione, individuare schemi risolutivi di problemi come ad esempio sequenza di operazioni, esporre il procedimento risolutivo,…*);
5. sapere riconoscere in contesti diversi il carattere misurabile di oggetti e fenomeni e saper utilizzare strumenti di misura (*saper individuare l'unità o lo strumento di misura più adatto in un dato contesto, saper stimare una misura,…*);
6. acquisire progressivamente forme tipiche del pensiero matematico (*congetturare, verificare, giustificare, definire, generalizzare, ...*);
7. utilizzare la matematica appresa per il trattamento quantitativo dell'informazione in ambito scientifico, tecnologico, economico e sociale *(descrivere un fenomeno in termini quantitativi, interpretare una descrizione di un fenomeno in termini quantitativi con strumenti statistici o funzioni, utilizzare modelli matematici per descrivere e interpretare situazioni e fenomeni, ...).*
8. saper riconoscere le forme nello spazio (*riconoscere forme in diverse rappresentazioni, individuare relazioni tra forme, immagini o rappresentazioni visive, visualizzare oggetti tridimensionali a partire da una rappresentazione bidimensionale e, viceversa, rappresentare sul piano una figura solida, saper cogliere le proprietà degli oggetti e le loro relative posizioni, …).*

4. Caratteristiche generali delle prove e criteri di formulazione dei quesiti

4.1. Tipi di quesiti

Le *prove INVALSI* di matematica potranno essere, in genere, costituite da quesiti di due diverse categorie: a “risposta chiusa” e a “risposta falsa-aperta”.

I quesiti a risposta chiusa sono domande con risposta a scelta multipla che presentano diverse possibili risposte secondo quanto è richiesto dalla natura del quesito. Una sola delle risposte che proposte è corretta.

Per quesiti a cosiddetta “risposta falsa-aperta” o a risposta “univoca” si intendono domande che richiedono allo studente semplici risposte (come ad esempio il risultato di un calcolo algebrico o numerico oppure ancora l’adesione o la negazione di determinate affermazioni) che sono perciò suscettibili di una valutazione rapida e sicura.

In alcuni dei quesiti si potrà richiedere una breve argomentazione, la spiegazione del percorso seguito per la risoluzione o la giustificazione di alcune affermazioni.

4.2. Criteri di formulazione dei quesiti

Gli estensori dei quesiti cercheranno di attenersi ai seguenti criteri:

a) I quesiti potranno (e possibilmente dovranno) essere formulati impiegando diversi registri: testi, figure, immagini, tabelle, grafici.

b) I quesiti non saranno formulati necessariamente legati all'idea di *contenuto minimo* o *irrinunciabile.*

c) I quesiti possono essere formulati, soprattutto per la seconda classe della scuola primaria, in un contesto che li collega a situazioni concrete; potranno via via sempre più essere formulati con riguardo alla matematica *per sé.*

d) La formulazione dei quesiti eviterà espressioni vaghe, ambigue o inutilmente complicate (ad esempio l'uso della doppia negazione o domande con formulazione negativa).

e) Si eviterà di proporre i quesiti più complessi all'inizio della prova.

f) La lunghezza e possibilmente la struttura delle risposte di un singolo quesito dovranno essere omogenei.

g) Nel caso di utilizzo di definizioni su cui non vi sia completo accordo nei libri di testo e in generale nella prassi scolastica, la definizione da utilizzare sarà richiamata nel testo del quesito.

h) Sarà richiamato esplicitamente, ogni volta che sarà opportuno, il significato dei simboli; si cercherà di non utilizzare simboli non standard.

i) I grafici e le tabelle saranno corredati da tutti gli elementi (etichette, legende,...) necessari per interpretarli e per contestualizzarli; se lo si riterrà opportuno, questi elementi potranno essere presenti anche quando non saranno strettamente necessari per rispondere al quesito.

j) Quando in una figura geometrica o in una immagine due elementi sono congruenti, questo sarà indicato esplicitamente (nel testo o con un’adeguata e chiara simbologia sulla figura).

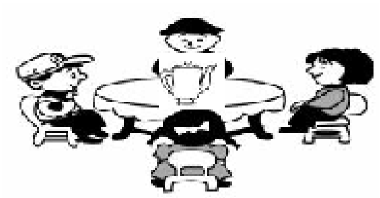
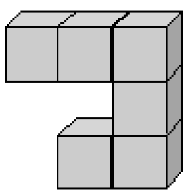
5 Esempi di compiti e quesiti (primo ciclo)

Gli esempi che seguono vogliono semplicemente essere uno strumento di riflessione per la costruzione di *prove INVALSI*. Sono presi da alcune prove somministrate dal SNV negli anni passati e dalla Prova nazionale dell'esame conclusivo del primo ciclo (a.s. 2007/08).
Il criterio adottato nella selezione degli esempi è stato essenzialmente quello della continuità, per quanto possibile, nella tipologia di compiti richiesti agli studenti e in relazione alle sotto-competenze esplicitate nel QdR.
In particolare gli esempi qui selezionati per ogni ambito di contenuto fanno riferimento ai seguenti processi:

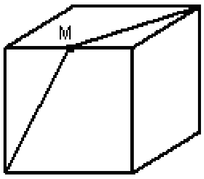
- conoscere e padroneggiare i contenuti specifici della matematica (*oggetti matematici, proprietà, strutture,...*);
- conoscere e padroneggiare diverse forme di rappresentazione e sapere passare da una all'altra (*verbale, scritta, simbolica, grafica, ...*).

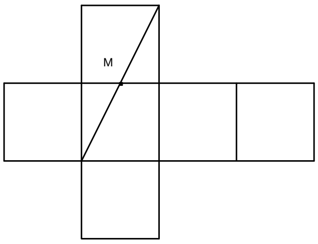
In questo modo si vuole esplicitare che le diverse sotto-competenze relative ai processi messi in atto dagli studenti nella risoluzione dei "compiti " richiesti si possono sviluppare in tutti gli ambiti di contenuto del QdR.
Negli esempi sotto riportati è descritto l'ambito di contenuto e il "compito " con il quale i processi descritti nel QdR possono essere valutati.

ESEMPI	**CLASSE E "COMPITO"**
1. NUMERO	
1.1 Quale numero corrisponde a 3 decine e 14 unità? A. 17 B. 44 C. 34	♦ Classe seconda primaria ♦ Conoscere e utilizzare il significato della notazione posizionale
2.1 Quale numero corrisponde a 240 decimi? A. 2400 B. 24 C. 2,4 D. 0,24	♦ Classe Quinta primaria ♦ Conoscere e utilizzare la notazione posizionale di numeri interi e numeri decimali
3.1 Quale tra le seguenti frazioni equivale al numero decimale 16,50? A. $\frac{16}{50}$ B. $\frac{165}{100}$ C. $\frac{16}{5}$ D. $\frac{165}{10}$	♦ Classe prima scuola secondaria di I grado ♦ Riconoscere scritture diverse dello stesso numero (frazione decimale, numero decimale)

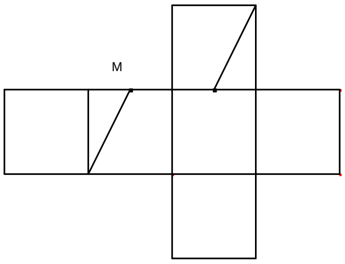
4.1 Le potenze $\left(\frac{4}{3}\right)^2$ e $\frac{4^2}{3}$ hanno lo stesso valore? A. No, la prima vale $\frac{16}{3}$ e la seconda $\frac{16}{9}$ B. No, la prima vale $\frac{16}{9}$ e la seconda $\frac{16}{3}$ C. Sì, valgono entrambe $\frac{16}{3}$ D. Sì, valgono entrambe $\frac{16}{9}$	♦ Classe terza scuola secondaria di I grado ♦ Saper elevare a potenza numeri naturali, numeri interi e frazioni
2. SPAZIO E FIGURE	
1.2 Quattro amici sono seduti intorno a un tavolo sul quale è posata una teiera.  Chi vede la teiera in questo modo?  A. Il bimbo con il berretto bianco B. Il bimbo con il cappello nero C. La bimba con il fiocco e le trecce D. La bimba senza le trecce	♦ Classe seconda primaria ♦ Riconoscere in una rappresentazione piana (ad esempio un disegno) punti di vista diversi
2.2 Se vogliamo pitturare tutta la superficie esterna della costruzione della figura, quante facce di cubetti dovremo colorare in tutto?  A. 36 B. 26 C. 24 D. 20	♦ Classe quinta scuola primaria e classe prima scuola secondaria di I grado ♦ Riconoscere relazioni fra forme e oggetti nello spazio e la loro rappresentazione bi-dimensionale

3.2 La figura rappresenta un cubo ed *M* è il punto medio dello spigolo.
Quale dei seguenti sviluppi piani corrisponde al cubo qui disegnato?

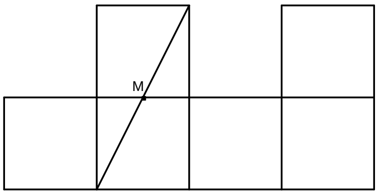




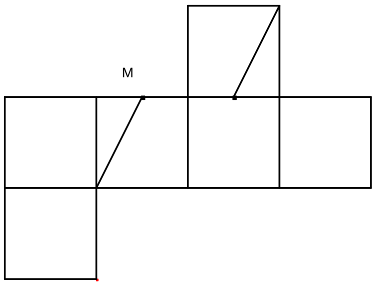
A



B



C



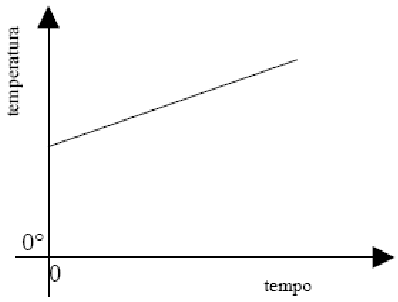
D

- Classe terza scuola secondaria di I grado
- Riconoscere le relazioni fra le forme a tre dimensioni e la loro rappresentazione bi-dimensionale

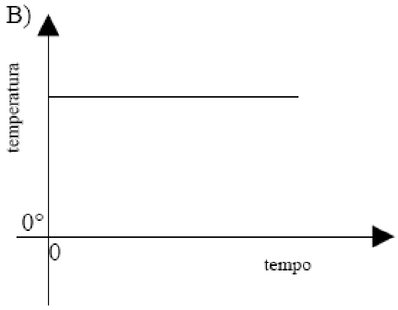
<table>
<tr><td colspan="2">3. RELAZIONI E FUNZIONI</td></tr>
<tr><td>

3.1 Una pentola contiene acqua a temperatura ambiente (18°C) che viene scaldata. Quale grafico descrive quello che succede?

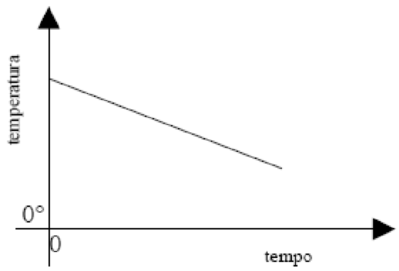
A)



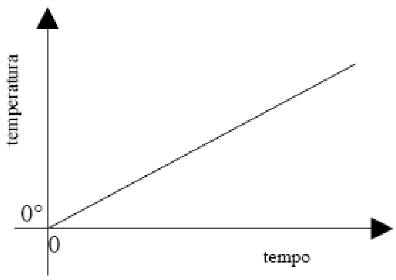
B)



C)



D)



A. Il grafico A
B. Il grafico B
C. Il grafico C
D. Il grafico D

</td><td>

- Classe terza secondaria di I grado
- Identificare un grafico o una formula che esprime relazioni fra grandezze in fatti e fenomeni

</td></tr>
</table>

4. MISURA, DATI E PREVISIONI

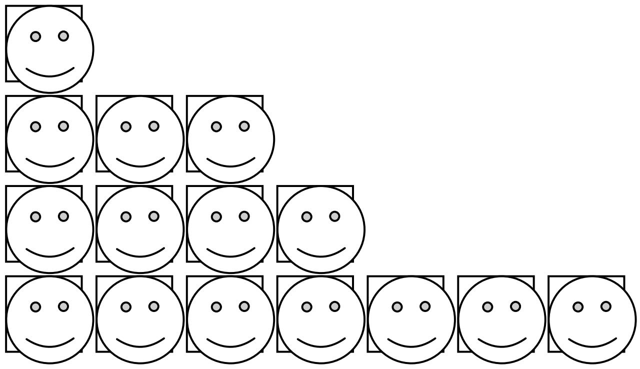
1.4 Il disegno rappresenta in quale stagione sono nati i bambini di una classe.

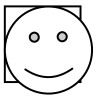
Primavera

Estate

Autunno

Inverno





SIGNIFICA: 1 bambino

Quanti sono i bambini di quella classe?

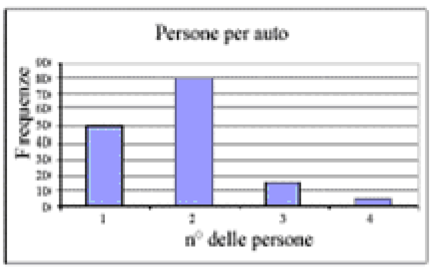
- Classe seconda primaria
- Usare informazioni da dati rappresentati in tabelle, pittogrammi, e/o grafici a barre per operare scelte e/o rispondere a domande

2.4 La classe prima A decide di attivare un'indagine sul numero di persone trasportate con l' automobile. Un certo giorno e per la durata di un'ora, Andrea e Marco hanno così avuto l'incarico di registrare quante persone ci fossero (incluso il guidatore) nelle 150 auto che sono passate davanti alla scuola. Hanno poi costruito la seguente tabella.

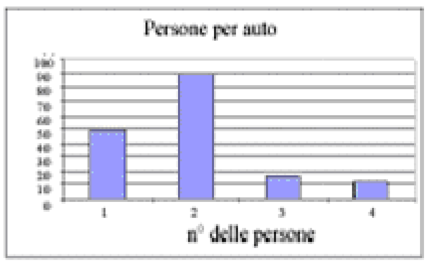
Numero di persone in auto	**Frequenze**
1	49
2	80
3	16
4	5
Totale	150

Quale dei seguenti grafici rappresenta i dati della tabella?

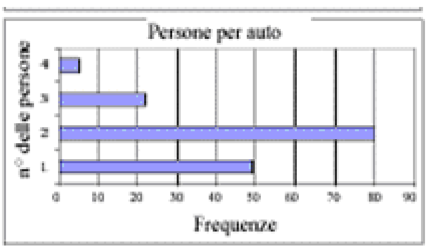
❑ A.



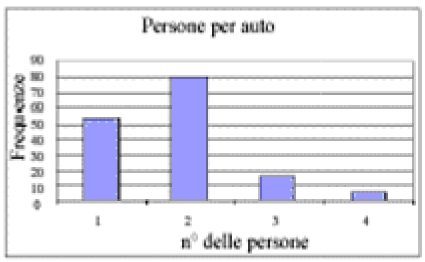
❑ B.



❑ C.

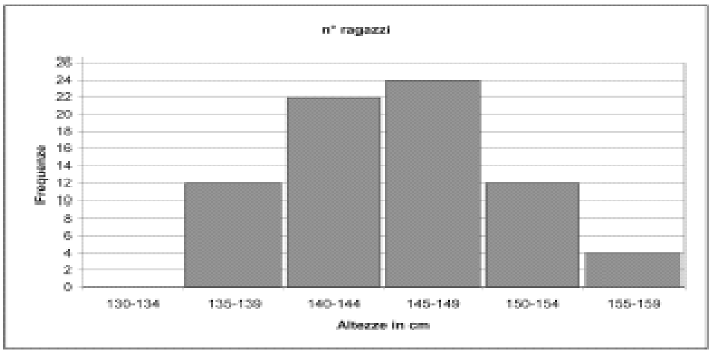


❑ D.



- Classe quinta scuola primaria
- Saper passare da un grafico a una tabella di frequenza e viceversa

3.4 Il seguente grafico rappresenta le altezze, in centimetri, dei ragazzi delle classi prime.



Quale delle seguenti tabelle corrisponde al grafico?

A.

Altezze in cm	Frequenze
135-139	12
140-144	22
145-149	24
150-154	12
155-159	4

☐ B.

Altezze in cm	Frequenze
135-139	12
140-144	22
145-149	24
150-154	4
155-159	12

C.

Altezze in cm	Frequenze
135-139	12
140-144	24
145-149	20
150-154	12
155-159	4

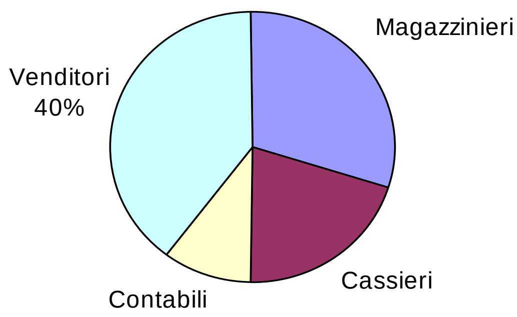
☐ D.

Altezze in cm	Frequenze
135-139	4
140-144	12
145-149	22
150-154	24
155-159	12

- Classe prima secondaria di I grado
- Saper passare da un grafico a una tabella di frequenza e viceversa

4.4 In una grande libreria gli impiegati sono così suddivisi:

Mansione	**Numero di impiegati**
Magazzinieri	?
Cassieri	4
Venditori	8
Contabili	2



Qual è il numero dei magazzinieri?

Risposta __________

Scrivi il procedimento che hai seguito.

- Classe terza secondaria di I grado
- Usare e interpretare diverse forme di rappresentazione di dati per rispondere a domande e risolvere problemi

6 Presentazione (scuola secondaria di secondo grado)

Il Quadro di Riferimento (QdR) dell'INVALSI è il documento che definisce quale matematica viene valutata, e come viene valutata. Per il prossimo anno scolastico, in cui sosterranno la prova INVALSI studenti che stanno frequentando il secondo ciclo di istruzione nel nuovo assetto, l'INVALSI sta predisponendo un QdR che tiene conto delle Nuove Indicazioni Nazionali per il sistema dei Licei e per l'Istruzione Tecnica. Per quest'anno la prova è stata costruita a partire dai principi generali individuati nel QdR elaborato per il primo ciclo di istruzione, tenendo conto delle indicazioni contenute nella normativa relativa all'adempimento dell'obbligo di istruzione.

I QdR- sia quello già disponibile per il primo ciclo che quello in fase di scrittura per il secondo ciclo- sono preparati da un gruppo di lavoro composto da insegnanti, dirigenti, ricercatori ed esperti; sono documenti aperti, nel senso che l'esperienza che via via si sta accumulando con le prove, la riflessione e lo studio dei loro risultati, le osservazioni degli insegnanti forniscono indicazioni e elementi per farli progressivamente evolvere, con l'obiettivo di renderli sempre più strumenti chiari ed efficaci sia per chi prepara le prove, sia per chi deve leggerne e utilizzarne i risultati.

Coerentemente con quanto avviene nelle principali indagini internazionali, il QdR per la matematica dell'INVALSI indica due direzioni lungo le quali i quesiti devono essere costruiti, e secondo le quali i risultati vanno organizzati e interpretati:

a) *i contenuti matematici* (in che ambito è posta la domanda?)

b) *i processi coinvolti* (che processi attiva il ragazzo per rispondere?)

Gli ambiti di contenuti individuati nel QdR, coerentemente con quanto fatto dalle Indicazioni di legge e dalle più importanti rilevazioni internazionali (in particolare l'indagine IEA-TIMSS), sono quattro, e precisamente *Numeri*, *Spazio e figure, Relazioni e Funzioni*, *Dati e previsioni*. All'interno di ciascun ambito, i contenuti oggetto della valutazione sono di norma quelli ritenuti fondanti e fondamentali. Le prove Invalsi non hanno quindi l'obiettivo di valutare la conoscenza di nozioni particolarmente sofisticate, o di tecnicismi molto specifici.

L'aspetto dei processi è particolarmente importante, riguardo all'obiettivo di fornire indicazioni precise e utilizzabili nel lavoro di classe. Rispondere a una domanda matematica richiede l'attivazione di diversi processi- i norma più di uno-, la cui classificazione può avvenire in diversi modi. Il QdR ne individua otto principali e più frequenti- fermo restando che ogni classificazione, in questo ambito, non deve essere presa in modo troppo rigido e che l'individuazione del processo prevalente in una domanda deve servire all'interpretazione dei risultati e alla loro organizzazione. I diversi processi hanno una corrispondenza anche nelle diverse componenti che possono essere individuate nell'apprendimento della matematica. In particolare, ad esempio, le domande delle prove INVALSI oltre ad accertare la conoscenza di contenuti specifici (*processo 1*) o gli apprendimenti degli aspetti algoritmici procedurali (*processo 2*), cercano di valutare anche la capacità di utilizzare diversi registi di rappresentazione e passare da uno all'altro (*processo 3*), o la capacitò di individuare quale strumento matematico è utile per risolvere un determinato problema (*processo 4*).

I processi in base ai quali vengono classificate le domande, in base all'attuale QdR per la matematica, in continuità con i processi individuati per il primo ciclo, sono i seguenti:

1) conoscere e padroneggiare i contenuti specifici della matematica (oggetti matematici, proprietà, strutture)
2) conoscere e padroneggiare algoritmi e procedure (in tutti gli ambiti, non solo quello aritmetico)
3) conoscere e padroneggiare diverse forme di rappresentazioni e saper passare da una all'altra (verbale, scritta, simbolica, grafica....)
4) saper risolvere problemi utilizzando gli strumenti della matematica
5) saper riconoscere il carattere misurabile di oggetti e fenomeni e saper utilizzare strumenti di misura
6) acquisire progressivamente forme tipiche del pensiero matematico (congetturare, verificare, giustificare, definire, argomentare, generalizzare, dimostrare....)
7) utilizzare la matematica per il trattamento quantitativo dell'informazione (descrivere un fenomeno in termini quantitativi, interpretare la descrizione di un fenomeno con strumenti statistici, utilizzare modelli matematici...).
8) saper riconoscere le forme nello spazio (riconoscere forme in diverse rappresentazioni, individuare relazioni tra forme, immagini o rappresentazioni visive, visualizzare oggetti tridimensionali a partire da una rappresentazione bidimensionale e, viceversa, rappresentare sul piano una figura solida, saper cogliere le proprietà degli oggetti e le loro relative posizioni, …).

Il QdR esplicita anche i vincoli che derivano dal tipo di prova, e le caratteristiche formali delle domande. Nella preparazione delle domande si cerca di proporre testi di natura diversa, utilizzando anche tabelle, grafici, disegni, schemi.

ESEMPI DELLA PROVA DI MATEMATICA

Gli esempi proposti hanno lo scopo di illustrare le tipologie di domande della prova, i processi sottesi alle domande (e per questo non si riferiscono necessariamente ai contenuti oggetto di valutazione per i diversi indirizzi delle classi seconde della scuola secondaria di secondo grado) e gli ambiti di contenuto. Molti degli esempi sono tratti dalle rilevazioni INVALSI (primo ciclo) degli scorsi anni, alcuni dalle rilevazioni internazionali (OCSE-PISA) e alcuni dai quesiti proposti dagli insegnanti autori.

1 Esempio per la II secondaria di II grado

In una città il costo di un biglietto dell'autobus è passato da 1 euro a 1,20 euro, se acquistato nelle biglietterie a terra, e 1,50 se acquistato a bordo. Qual è, in percentuale, il sovrapprezzo per l'acquisto a bordo rispetto all'acquisto in biglietteria?

A. 20%
B. 25%
C. 30%
D. 50%

Risposta corretta: B
I distrattori possono intercettare errori frequenti fra gli studenti:
A. 20% (è quanto costa in meno il biglietto a terra rispetto a quello a bordo)
C. 30% (è l'aumento in centesimi di euro, non in percentuale)
D. 50% (è l'aumento rispetto al prezzo precedente e corrisponde a una lettura superficiale del testo)
Tipologia: Scelta multipla.
Ambito prevalente: Relazioni e funzioni.
Processo prevalente: Saper risolvere problemi utilizzando gli strumenti della matematica.
Nuovo Obbligo di Istruzione

- **Competenza** – Utilizzare le tecniche e le procedure del calcolo aritmetico ed algebrico, rappresentandole anche sotto forma grafica.
- **Abilità** – impostare uguaglianze di rapporti per risolvere problemi di proporzionalità e percentuale.

2 Esempio per la II secondaria di II grado

In un cinema il biglietto intero costa 9 euro e il ridotto 6 euro. Sono entrati 170 spettatori e l'incasso totale è stato di 1380 euro.

a) Quanti biglietti interi e quanti ridotti sono stati venduti?
b) Scrivi i calcoli che hai fatto per trovare la risposta

Risposta corretta:

a) 120 biglietti interi e 50 ridotti
b) Vengono riportate, a titolo esemplificativo, possibili risposte corrette:
   - x = numero biglietti a prezzo intero ; y= numero biglietti a prezzo ridotto. x+y=170 e 9x+6y=1380 seguita dallo sviluppo corretto anche con eventuali errori di calcolo
   - x = numero biglietti a prezzo intero; 9x +6(170-x)=1380 seguita dallo sviluppo corretto anche con eventuali errori di calcolo
   - o altre strategie equivalenti
   - è possibile utilizzare (informalmente) anche il metodo di *falsa posizione*: se i biglietti fossero stati tutti interi, l'incasso sarebbe stato di 170x9=1530 euro, quindi di 150 euro superiore. Di conseguenza, i biglietti ridotti sono 150:3=50.

Tipologia: Aperta a risposta univoca (item a); richiesta del procedimento di calcolo (item b).
Ambito prevalente: Relazioni e funzioni.
Processo prevalente: Saper risolvere problemi utilizzando gli strumenti della matematica.
Nuovo Obbligo di Istruzione

- **Competenza** – Individuare le strategie appropriate per la soluzione di problemi.
- **Abilità** – Tradurre dal linguaggio naturale al linguaggio algebrico e viceversa. Formalizzare il percorso di soluzione di un problema attraverso modelli algebrici e grafici.

3 Prova nazionale INVALSI 2009-2010

D24. Elena compie gli anni in giugno. Di seguito è riportato il calendario di giugno 2010, dove sono evidenziati i giorni festivi.

Giugno

Lu	Ma	Me	Gi	Ve	Sa	Do
	1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12	13
14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27
28	29	30				

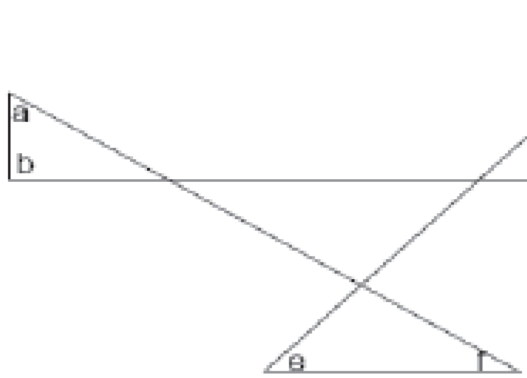
Qual è la probabilità che Elena compia gli anni in un giorno festivo?

Risposta: ……………………………………………………………………………………………..

Risposta corretta:
5/30 o 1/6 o …..
Lo studente deve individuare lo spazio degli eventi partendo da un testo strutturato e calcolare la probabilità di un evento. Può scrivere tale probabilità in una forma qualsiasi (frazione, decimale, percentuale) come esemplificato nella griglia.
Tipologia: Aperta a risposta univoca
Ambito prevalente: Dati e Previsioni
Processo prevalente: Conoscere e padroneggiare i contenuti specifici della disciplina.
È comunque richiesta la capacità di interpretare un testo strutturato.
Nuovo Obbligo di Istruzione
L'argomento non è esplicitamente richiamato ma si tratta di una competenza richiesta agli studenti al termine del primo ciclo e che quindi si suppone acquisita stabilmente che può costituire un esempio di continuità verticale

4 Prova nazionale INVALSI 2008-2009

D8. Qual è la somma degli angoli *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f* nella figura disegnata qui sotto?



- ◻ A. Un angolo piatto, ossia 180°
- ◻ B. Tre angoli retti, ossia 270°
- ◻ C. Due angoli piatti, ossia 360°
- ◻ D. Cinque angoli retti, ossia 450°

Risposta corretta: C
Lo studente deve conoscere due proprietà delle figure piane: il teorema sulla somma degli angoli interni di un triangolo e il fatto che angoli opposti al vertice sono congruenti, e collegare fra loro queste conoscenze. Sarebbe interessante chiedere di giustificare la risposta.
Tipologia: Scelta multipla.
Ambito prevalente: Spazio e figure.
Processo prevalente: Conoscere e padroneggiare i contenuti specifici della disciplina.
Nuovo Obbligo di Istruzione

- **Competenza** – Confrontare ed analizzare figure geometriche, individuando invarianti e relazioni.
- **Abilità** – Individuare le proprietà essenziali delle figure e riconoscerle in situazioni concrete.

5 Prova nazionale INVALSI 2009-2010

D6. Qual è il risultato della seguente espressione?

$$\frac{\frac{1}{2}+1}{1-\frac{1}{2}}+1$$

- ◻ A. 1
- ◻ B. $\frac{7}{4}$
- ◻ C. 2
- ◻ D 4

Risposta corretta: D
In questa espressione sono in gioco sia le operazioni fra frazioni sia le priorità fra le operazioni. Le diverse opzioni corrispondono ad errori relativi alla priorità fra le operazioni e ad errori di semplificazione, come si può vedere dai risultati pubblicati sul Rapporto Nazionale.
Tipologia: Scelta multipla.
Ambito prevalente: Numeri.
Processo prevalente: Conoscere e padroneggiare algoritmi e procedure (in ambito aritmetico, geometrico...)
Nuovo Obbligo di Istruzione

- **Competenza** – Utilizzare le tecniche e le procedure del calcolo aritmetico ed algebrico, rappresentandole anche sotto forma grafica
- **Abilità** – Risolvere brevi espressioni nei diversi insiemi numerici

6 Prova nazionale INVALSI 2008-2009

D11. Nel risolvere l'equazione alla riga 1 è stato commesso un errore.

$$-10x-2+4x-4=0 \qquad (1)$$

$$-10x+4x=2+4 \qquad (2)$$

$$6x=6 \qquad (3)$$

$$x=\frac{6}{6} \qquad (4)$$

$$x=1 \qquad (5)$$

In quale passaggio è stato commesso l'errore?

□ A. Nel passaggio dalla riga 1 alla riga 2.

□ B. Nel passaggio dalla riga 2 alla riga 3.

□ C. Nel passaggio dalla riga 3 alla riga 4.

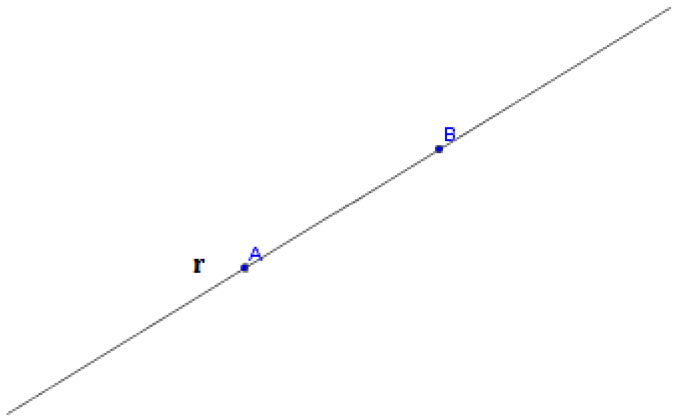
□ D. Nel passaggio dalla riga 4 alla riga 5.

Risposta corretta: B
Si richiede di individuare l'errore in un'equazione già risolta. L'errore è legato al calcolo errato della somma di due monomi.
Tipologia: Scelta multipla.
Ambito prevalente: Relazioni e Funzioni.
Processo prevalente: Conoscere e padroneggiare algoritmi e procedure in ambito aritmetico, geometrico,..
Nuovo Obbligo di Istruzione

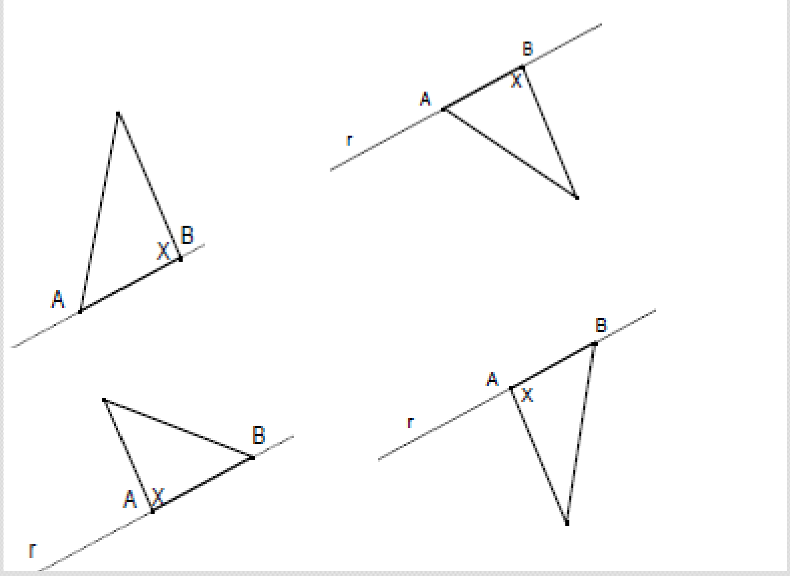
- **Competenza** – Utilizzare le tecniche e le procedure del calcolo aritmetico ed algebrico, rappresentandole anche sotto forma grafica.
- **Abilità** – Risolvere equazioni di primo grado e verificare la correttezza dei procedimenti utilizzati.

7 Prova nazionale INVALSI 2009-2010

D12. Qui sotto vedi una retta *r* sulla quale sono segnati due punti A e B. Disegna un triangolo rettangolo ABC in modo tale che il segmento AB sia un cateto. Indica con una crocetta l'angolo retto del triangolo.



Risposta corretta:



Lo studente deve costruire un triangolo rettangolo a partire da un cateto, disegnato su una retta obliqua. Poiché è importante avere la certezza che lo studente abbia costruito il triangolo in modo che sia rettangolo, viene richiesta l'apposizione di una crocetta sull'angolo retto.

Tipologia: Aperta a **r**isposta univoca.

Ambito prevalente: Spazio e figure.

Processo prevalente: Conoscere e padroneggiare algoritmi e procedure in ambito aritmetico, geometrico,...

Nuovo Obbligo di Istruzione

- **Competenza** – Confrontare ed analizzare figure geometriche, individuando invarianti e relazioni.
- **Abilità** – Disegnare figure geometriche con semplici tecniche grafiche e operative.

8 Prova nazionale INVALSI 2009-2010

D2. In quale di queste sequenze i numeri sono ordinati dal più piccolo al più grande?

☐	A.	$\frac{3}{100}$	0,125	$\frac{1}{3}$	0,65
☐	B.	0,125	$\frac{3}{100}$	0,65	$\frac{1}{3}$
☐	C.	0,65	0,125	$\frac{1}{3}$	$\frac{3}{100}$
☐	D.	$\frac{1}{3}$	$\frac{3}{100}$	0,65	0,125

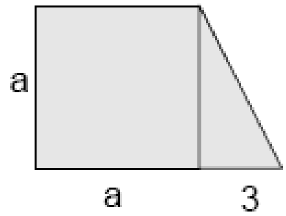
Risposta corretta: A
Lo studente deve confrontare fra loro numeri razionali scritti in forma decimale e frazionaria.
I distrattori fanno riferimento alle tipologie di errori più diffuse. La difficoltà nel confrontare numeri rappresentati in forme diverse emerge nelle valutazioni Invalsi a tutti i livelli scolastici; a questa si sovrappone una difficoltà molto diffusa nel gestire gli aspetti ordinali dei numeri. Sarebbe interessante testarla sostituendo a 3/100 la scrittura 3%.
Tipologia: Scelta multipla.
Ambito prevalente: Numeri.
Processo prevalente: Conoscere e padroneggiare diverse forme di rappresentazione e saper passare dall'una all'altra.
Nuovo Obbligo di Istruzione

- **Competenza** – Utilizzare le tecniche e le procedure del calcolo aritmetico ed algebrico, rappresentandole anche sotto forma grafica.
- **Abilità** – Comprendere il significato logico-operativo di numeri appartenenti ai diversi insiemi numerici. Utilizzare le diverse notazioni e sapere convertire da una all'altra (da frazioni a decimali, da frazioni apparenti ad interi, da percentuali a frazioni.

9 Prova nazionale INVALSI 2008-2009

D18. Scrivi la formula che esprime come varia l'area *A* della figura qui di fianco, al variare della lunghezza *a*.

A = ____________________

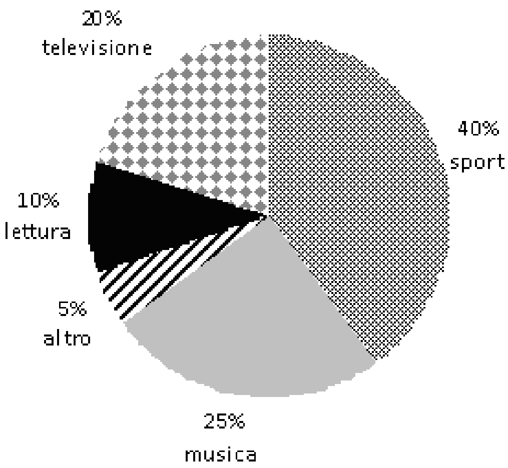


Risposta corretta: $[(a+3)+a]\frac{a}{2} = a^2 + \frac{3}{2}a$ o qualunque espressione algebricamente equivalente.
Il quesito richiede di individuare una formula relativa all'area A di una figura piana utilizzando la variabile *a*. Nella pratica didattica non è usuale che ai ragazzi sia chiesto di esplicitare una formula in funzione di una variabile data. Il quesito pone il problema dell'approccio all'algebra e dei diversi significati di variabile. In questo caso il contesto, formule per il calcolo di aree di poligoni, è familiare agli studenti, tuttavia per molti di loro le lettere nelle formule di geometria, come ad esempio *A*= *b*x*h*, non rappresentano ancora delle variabili ma semplicemente delle etichette iniziali di area, base, ecc.
Tipologia: Aperta a risposta univoca
Ambito prevalente: Relazioni e funzioni
Processo prevalente: Conoscere e padroneggiare diverse forme di rappresentazione e saper passare dall'una all'altra
Nuovo Obbligo di Istruzione

- **Competenza** – Utilizzare le tecniche e le procedure del calcolo aritmetico ed algebrico, rappresentandole anche sotto forma grafica
- **Abilità** – Tradurre brevi istruzioni in sequenze simboliche (anche con tabelle)

10 Prova nazionale INVALSI 2008-2009

D20. Un'indagine sull'attività preferita nel tempo libero, compiuta su un campione di 220 studenti di una scuola con 700 studenti in totale, ha dato i risultati rappresentati nel grafico.



Qual è la probabilità che estraendo a caso uno studente del campione si ottenga un alunno che dedica il tempo libero alla lettura?

□ A. $\frac{1}{220}$

□ B. $\frac{1}{10}$

□ C. $\frac{1}{5}$

□ D. $\frac{1}{70}$

Risposta corretta: B
Il quesito unisce conoscenze di statistica e conoscenze di probabilità: si tratta di individuare la probabilità di un evento a partire da dati statistici. Anche in questo caso si tratta di collegare fra loro rappresentazioni diverse (percentuali e frazioni). L'analisi delle opzioni fornisce elementi di riflessione al docente: i distrattori corrispondono a errori frequenti e misconcezioni diffuse. l'opzione A corrisponde alla definizione classica di probabilità (casi favorevoli =1 su casi possibili = 220), l'opzione C fa riferimento al rapporto fra una tipologia e il numero di tipologie possibili, l'opzione D rappresenta il 10% del totale degli studenti e quindi indica un errore nell'individuazione dello spazio degli eventi.
Tipologia: Scelta multipla
Ambito prevalente: Dati e Previsioni
Processo prevalente: Conoscere e padroneggiare diverse forme di rappresentazione e saper passare dall'una all'altra.
Nuovo Obbligo di Istruzione
- **Competenza** – Analizzare dati e interpretarli sviluppando deduzioni e ragionamenti sugli stessi anche con l'ausilio di rappresentazioni grafiche, usando consapevolmente gli strumenti di calcolo e le potenzialità offerte da applicazioni specifiche di tipo informatico.
- **Abilità** – Leggere e interpretare tabelle e grafici in termini di corrispondenze fra elementi di due insiemi.

11 Prova nazionale INVALSI 2009-2010

D8. Piero e Giorgio partono per una breve vacanza. Decidono che Piero pagherà per il cibo e Giorgio per l'alloggio. Questo è il riepilogo delle spese che ciascuno di loro ha sostenuto:

	Giorgio	**Piero**
Lunedì	27 euro	35 euro
Martedì	30 euro	30 euro
Mercoledì	49 euro	21 euro

Al ritorno fanno i conti per dividere in parti uguali le spese.

a) Quanti euro deve dare Piero a Giorgio per far sì che entrambi abbiano speso la stessa somma di denaro?

Risposta: …………….. euro

b) Scrivi i calcoli che hai fatto per trovare la risposta: ………………….

Risposta corretta: 10 euro
Il quesito è composta da due item.
Lo studente deve esplicitare (attraverso la scrittura dei calcoli effettuati) una strategia di soluzione per questo problema. La difficoltà più frequente è stata nel tenere presente che la differenza fra le spese di Giorgio e di Piero andava divisa per 2.
Lo studente può utilizzare diverse strategie, ad esempio:
- Calcolare le spese complessive dei due amici, fare la differenza e dividere per due
- Calcolare la differenza giorno per giorno e sommarle algebricamente fra loro.

Può rappresentare un'occasione per confrontare strategie di soluzione diverse di uno stesso problema.
Tipologia: Aperta a risposta univoca (item a); richiesta del procedimento di calcolo (item b).
Ambito prevalente: Numeri.
Processo prevalente: Saper risolvere problemi utilizzando gli strumenti della matematica.
Nuovo Obbligo di Istruzione
- **Competenza** – Individuare le strategie appropriate per la soluzione di problemi.
- **Abilità** – Progettare un percorso risolutivo strutturato in tappe. Tradurre dal linguaggio naturale al linguaggio algebrico e viceversa.

12 SNV 2009-2010 classe I secondaria di primo grado

D6. Nella seguente tabella sono riportati i prezzi del campeggio VACANZE FELICI.

Campeggio VACANZE FELICI - Prezzi giornalieri 2010				
Periodo	**dal 18/4 al 13/6 dal 9/9 al 1/11**	**dal 14/6 al 4/7 dal 26/8 al 8/9**	**dal 5/7 al 7/8**	**dal 8/8 al 25/8**
Adulti	**€ 8,00**	**€ 10,00**	**€ 13,00**	**€ 14,50**
Bambini fino a 12 mesi	**gratis**	**gratis**	**gratis**	**gratis**
Bambini da 1 anno fino a 6 anni	**€ 4,00**	**€ 5,00**	**€ 6,50**	**€ 8,50**
Bambini da 7 anni fino a 10 anni	**€ 6,00**	**€ 8,00**	**€ 10,00**	**€ 12,00**

Una famiglia è formata da due adulti, un ragazzo di 9 anni e una bambina di 4 anni. Quanto spenderà per una vacanza di cinque giorni dal 5 al 10 luglio 2010?

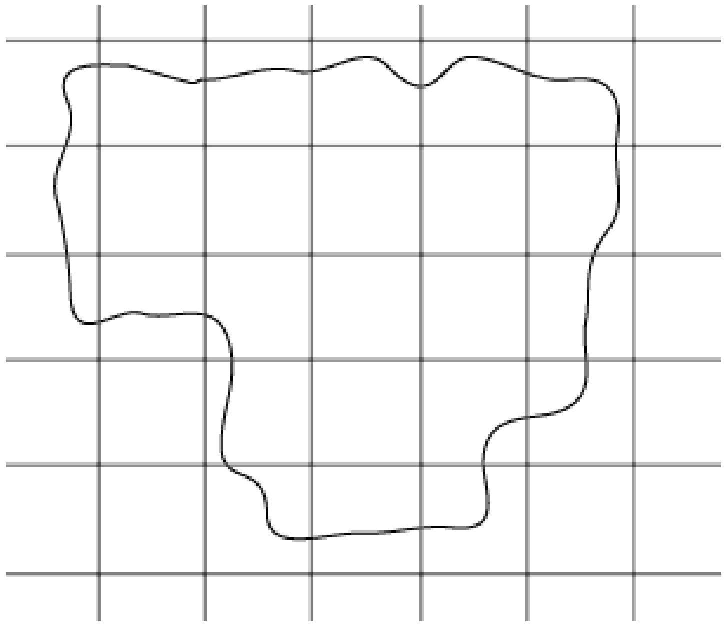
Risposta: ……………………………………………………………………………......................

Risposta corretta: 212,50 euro
Lo studente deve saper leggere e interpretare una tabella complessa. Deve individuare i valori corrispondenti ai componenti della famiglia, l'intervallo di tempo e calcolare la spesa complessiva. Una difficoltà è rappresentata dall'individuazione del periodo di tempo interessato (5 -10 luglio) e quindi dal fatto che la somma giornaliera deve essere moltiplicata per il numero di giorni di vacanza
Tipologia: Aperta a risposta univoca.
Ambito prevalente: Numeri.
Processo prevalente: Saper risolvere problemi utilizzando gli strumenti della matematica.
Nuovo Obbligo di Istruzione

- **Competenza** – Individuare le strategie appropriate per la soluzione di problemi.
- **Abilità** – Progettare un percorso risolutivo strutturato in tappe. Tradurre dal linguaggio naturale al linguaggio algebrico e viceversa.

13 Prova nazionale INVALSI 2009-2010

D18. Nella figura che vedi ogni quadretto ha il lato di 1 cm.



Quanto misura all'incirca l'area racchiusa dalla linea curva?

□ A. Meno di 8 cm^2

□ B. Più di 8 cm^2 e meno di 13 cm^2

□ C. Più di 13 cm^2 e meno di 25 cm^2

□ D. Più di 25 cm^2

Risposta corretta: C

Lo studente deve stimare l'area di una figura non regolare su una griglia quadrettata. L'area è sicuramente maggiore di 13. Infatti la figura ricopre completamente 7 quadretti, e altri 12 per più della metà , quindi la sua area è maggiore di 7 + 12/2 =13 Le diverse opzioni corrispondono a possibili errori degli studenti. L'opzione A corrisponde all'area dei quadretti interi (7) presenti nella figura, l'opzione B rappresenta una stima per difetto, l'opzione D è l'area di tutti i quadratini ricoperti anche solo parzialmente dalla figura (25)

Tipologia: Scelta multipla.

Ambito prevalente: Numeri.

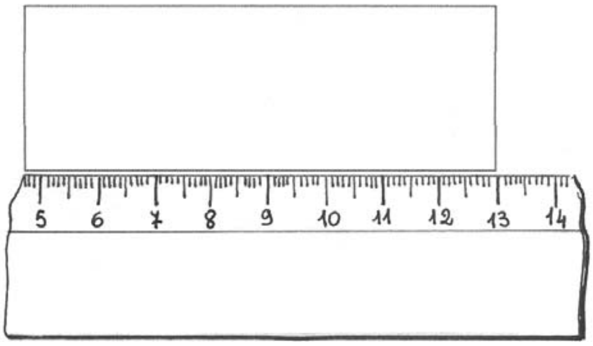
Processo prevalente: Saper riconoscere il carattere misurabile di oggetti e fenomeni e saper utilizzare strumenti di misura.

Nuovo Obbligo di Istruzione

- **Competenza** – Analizzare dati e interpretarli sviluppando deduzioni e ragionamenti sugli stessi anche con l'ausilio di rappresentazioni grafiche, usando consapevolmente gli strumenti di calcolo e le potenzialità offerte da applicazioni specifiche di tipo informatico.
- **Abilità** – Valutare l'ordine di grandezza di un risultato.

14 SNV 2009-2010 classe V primaria

D21. Giovanni vuole misurare il lato maggiore del rettangolo rappresentato qui sotto, ma il suo righello è rotto. Lo posiziona nel modo che vedi.



Qual è la misura del lato?

□ A. La misura del lato è 8,3 cm
□ B. La misura del lato è 9 cm
□ C. La misura del lato è 13 cm
□ D. Non si può misurare perché non c’è lo zero

Risposta corretta: A
Lo studente deve interpretare correttamente una lettura su uno strumento di misura di uso comune, ma modificato. La capacità di operare con strumenti di misura e interpretarne i risultati è fondamentale lungo tutto il percorso scolastico.
Le opzioni rappresentano diverse tipologie di errore degli studenti: l’opzione B corrisponde a un conteggio diretto dei numeri sul righello a partire da 5; l’opzione C corrisponde alla lettura diretta sul righello senza tener conto che non parte da zero, l’opzione D mette in luce la difficoltà nel misurare con un righello che non parte da zero.
Tipologia: Scelta multipla.
Ambito prevalente: Numeri.
Processo prevalente: Saper riconoscere il carattere misurabile di oggetti e fenomeni e saper utilizzare strumenti di misura.
Nuovo Obbligo di Istruzione

- **Competenza** – Analizzare dati e interpretarli sviluppando deduzioni e ragionamenti sugli stessi anche con l’ausilio di rappresentazioni grafiche, usando consapevolmente gli strumenti di calcolo e le potenzialità offerte da applicazioni specifiche di tipo informatico.
- **Abilità** – Valutare l’ordine di grandezza di un risultato.

15 SNV 2009-2010 classe V primaria

D14. Sandro ha 20 dm di spago per chiudere quattro pacchi che deve spedire. Per ogni pacco gli servono 60 cm di spago. Riuscirà a chiudere i quattro pacchi?

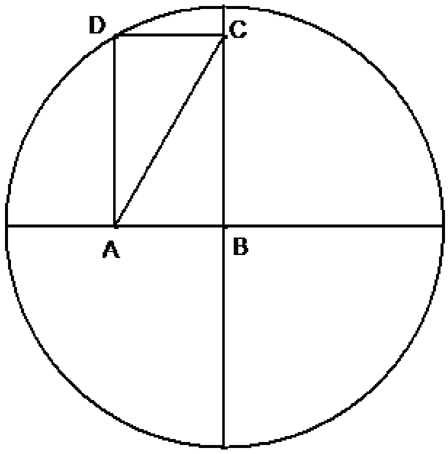
- □ A. No, perché 60 è maggiore di 20
- □ B. Sì, perché 20 dm sono più di 6 dm
- □ C. No, perché 240 cm sono più di 20 dm
- □ D. Sì, perché i decimetri sono più grandi dei centimetri

Risposta corretta: C
La domanda chiede allo studente di scegliere la risposta corretta tenendo conto anche della giustificazione data. Si tratta di confrontare misure espresse con unità diverse. Il quesito è un esempio di come, a volte, una domanda a scelta multipla, se le opzioni sono scelte in modo opportuno, offre maggiori informazioni agli insegnanti di una domanda aperta. In questo caso molti alunni hanno scelto l'opzione D, probabilmente sviati della giustificazione fornita.
Tipologia: Scelta multipla.
Ambito prevalente: Numeri.
Processo prevalente: Saper riconoscere il carattere misurabile di oggetti e fenomeni e saper utilizzare strumenti di misura.
Nuovo Obbligo di Istruzione

- **Competenza** – Analizzare dati e interpretarli sviluppando deduzioni e ragionamenti sugli stessi anche con l'ausilio di rappresentazioni grafiche, usando consapevolmente gli strumenti di calcolo e le potenzialità offerte da applicazioni specifiche di tipo informatico.
- **Abilità** – Valutare l'ordine di grandezza di un risultato.

16 Prova nazionale INVALSI 2009-2010

D23. La circonferenza in figura ha il raggio di 4 cm. ABCD è un rettangolo.



a. Qual è la lunghezza (in cm) del segmento $\overline{AC}$? Risposta: …………………………

b. Giustifica la tua risposta: …………………………………………………

Risposta corretta: item a) **4**
Lo studente deve riconoscere che il segmento AC è uguale al raggio della circonferenza e quindi la sua lunghezza è 4.
La giustificazione (item b) deve fare riferimento esplicito:

- all'uguaglianza fra AC e il raggio della circonferenza
- al fatto che AC = BD, anche se non viene richiesto nella griglia di dire perché (sono le diagonali di un rettangolo)

Tipologia: Aperta a risposta univoca (item a); aperta a risposta articolata (item b).
Ambito prevalente: Spazio e figure.
Processo prevalente: Acquisire progressivamente forme tipiche del pensiero matematico (congetturare, verificare, giustificare, definire, generalizzare,…).
Nuovo Obbligo di Istruzione

- **Competenza** – Confrontare ed analizzare figure geometriche, individuando invarianti e relazioni.
- **Abilità** – In casi reali di facile leggibilità risolvere problemi di tipo geometrico e ripercorrerne le procedure di soluzione.

17 Prova nazionale INVALSI 2009-2010

D17. L'insegnante dice: "Prendiamo un numero naturale che indichiamo con *n*. Cosa si può dire del risultato di *n(n-1)*? E' sempre pari, oppure sempre dispari, oppure può essere qualche volta pari e qualche volta dispari?". Alcuni studenti rispondono in questo modo:

Roberto: "Può essere sia pari sia dispari, perché *n* è un numero qualsiasi"

Angela: "E' sempre dispari, perché *n-1* indica un numero dispari"

Ilaria: "E' sempre pari, perché 3×(3-1) fa 6, che è pari"

Chiara: "E' sempre pari perché *n* e *(n-1)* sono numeri consecutivi e quindi uno dei due deve essere pari"

Chi ha ragione e fornisce la spiegazione corretta?

□ A. Roberto
□ B. Angela
□ C. Ilaria
□ D. Chiara

Risposta corretta: D
Lo studente deve riconoscere l'unica argomentazione corretta relativa alla proprietà che il prodotto fra due numeri naturali successivi è sempre pari.
Analisi dei distrattori:

- A- L'affermazione è errata: Roberto non riconosce la proprietà e focalizza l'attenzione sul fatto che *n* è un numero qualsiasi
- B- L'affermazione è errata: Angela ragiona solo su *n-1* e, per di più, suppone *n* pari
- C- L'argomentazione è errata: Ilaria riconosce la proprietà, deducendola però da un solo esempio.

Tipologia: Scelta multipla.
Ambito prevalente: Relazioni e Funzioni.
Processo prevalente: Acquisire progressivamente forme tipiche del pensiero matematico (congetturare, verificare, giustificare, definire, generalizzare,…).
Nuovo Obbligo di Istruzione
Dalla premessa all'asse matematico: " …. Finalità dell'asse matematico è l'acquisizione al termine dell'obbligo d'istruzione delle abilità necessarie per applicare i principi e i processi matematici di base nel contesto quotidiano della sfera domestica e sul lavoro, nonché **seguire e vagliare la coerenza logica delle argomentazioni proprie e altrui in molteplici contesti di indagine conoscitiva e di decisione".**

18 Prova nazionale INVALSI 2009-2010

D9. Il prezzo p (in euro) di una padella dipende dal suo diametro d (in cm) secondo la seguente formula:

$$\boxed{p = \frac{1}{15} d^2}$$

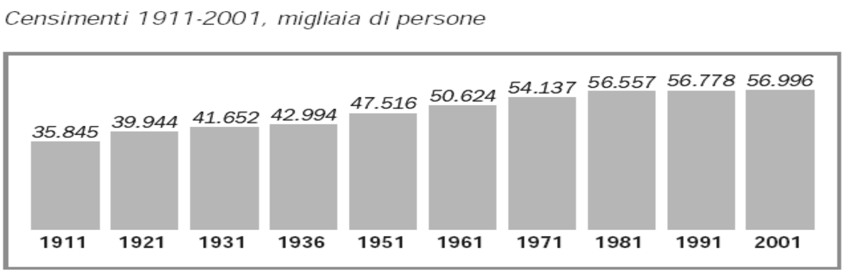
Indica se ciascuna delle seguenti affermazioni è vera o falsa.

		V	F
a.	Il prezzo della padella è direttamente proporzionale al suo diametro	□	□
b.	Il prezzo della padella aumenta all'aumentare del suo diametro	□	□
c.	Il rapporto fra il diametro della padella e il suo prezzo è 15	□	□

Risposta corretta: F - V - F
Si tratta di un problema di modellizzazione algebrica: lo studente deve interpretare correttamente il significato della formula.
Tipologia: Scelta multipla complessa.
Ambito prevalente: Relazioni e Funzioni.
Processo prevalente: Utilizzare la matematica appresa per il trattamento quantitativo dell'informazione in ambito scientifico, tecnologico, economico e sociale (descrivere un fenomeno in termini quantitativi, interpretare una descrizione di un fenomeno in termini quantitativi con strumenti statistici o funzioni, utilizzare modelli matematici per descrivere e interpretare situazioni e fenomeni,…).
Nuovo Obbligo di Istruzione
- **Competenza** – Individuare le strategie appropriate per la soluzione di problemi.
- **Abilità** – Tradurre dal linguaggio naturale al linguaggio algebrico e viceversa.

19 Prova nazionale INVALSI 2008-2009

D13. Il seguente grafico rappresenta la popolazione residente in Italia (espressa in migliaia) nei censimenti dal 1911 al 2001:



Fonte: Istat

Quale delle seguenti affermazioni è vera?

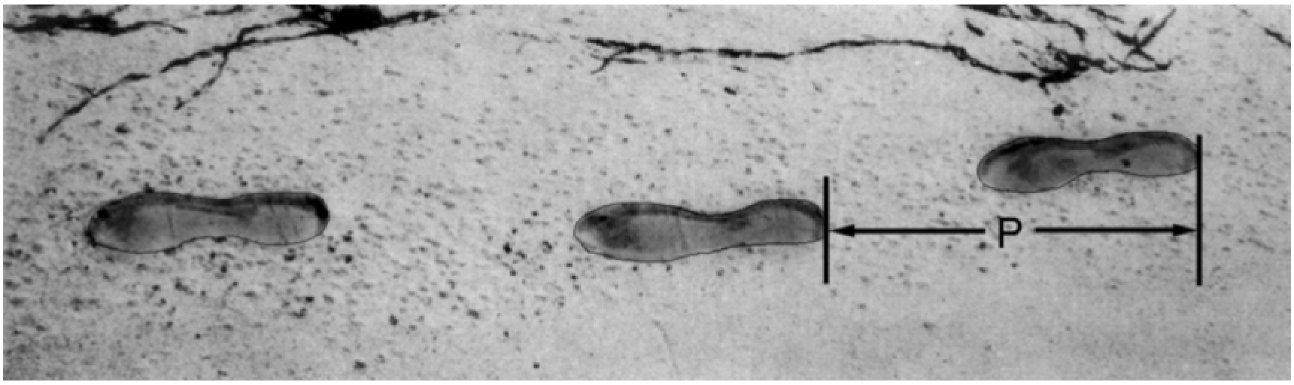
□ A. I censimenti sono stati attuati regolarmente ogni dieci anni.
□ B. La popolazione è rimasta invariata negli ultimi tre censimenti.
□ C. La popolazione nel decennio 1911−1921 è aumentata di circa quattro milioni di persone.
□ D. Dal 1936 al 1951 la popolazione è aumentata di più di 5 milioni di persone.

Risposta corretta: C
È richiesto allo studente di leggere e interpretare un grafico. Una difficoltà in più è rappresentata dal cambiamento di unità di misura (migliaia nel grafico, milioni nelle domande)
Tipologia: Scelta multipla.
Ambito prevalente: Dati e Previsioni.
Processo prevalente: Utilizzare la matematica appresa per il trattamento quantitativo dell'informazione in ambito scientifico, tecnologico, economico e sociale (descrivere un fenomeno in termini quantitativi, interpretare una descrizione di un fenomeno in termini quantitativi con strumenti statistici o funzioni, utilizzare modelli matematici per descrivere e interpretare situazioni e fenomeni,…).
Nuovo Obbligo di Istruzione

- **Competenza** – Analizzare dati e interpretarli sviluppando deduzioni e ragionamenti sugli stessi anche con l'ausilio di rappresentazioni grafiche, usando consapevolmente gli strumenti di calcolo e le potenzialità offerte da applicazioni specifiche di tipo informatico.
- **Abilità** – Leggere e interpretare tabelle e grafici in termini di corrispondenze fra elementi di due insiemi.

20 Da compendio prove PISA

ANDATURA



La figura mostra le orme di un uomo che cammina. La lunghezza P del passo è la distanza tra la parte posteriore di due orme consecutive.

Per gli uomini, la formula $\frac{n}{P} = 140$ fornisce una relazione approssimativa tra *n* e *P* dove:
n = numero di passi al minuto, e *P* = lunghezza del passo in metri.

Domanda 1- Se la formula si applica all'andatura di Enrico ed Enrico fa 70 passi al minuto, qual è la lunghezza del passo di Enrico? Scrivi qui sotto i passaggi che fai per arrivare alla risposta.
....

Domanda 2 - Bernardo sa che la lunghezza del suo passo è di 0,80 metri. La formula viene applicata all'andatura di Bernardo.
Calcola la velocità a cui cammina Bernardo esprimendola in metri al minuto e in chilometri all'ora. Scrivi qui sotto i passaggi che fai per arrivare alla risposta.
....

Domanda 1

Punteggio pieno

0,5 m or 50 cm, 1/2 (unità di misura non richiesta).

- 70/*P* = 140; 70 = 140 *P*; *P* = 0,5
- 70/140

Punteggio parziale

Ad esempio sostituzione corretta dei numeri nella formula ma risultato errato oppure nessuna risposta.

- 70/*P* = 140 *[solamente sostituzione dei numeri nella formula]*
- 70/*P* = 140 *[sostituzione corretta, ma calcoli sbagliati]* 70 = 140 *P*; *P*=2

OPPURE Trasformazione corretta della formula in *P* = *n* / 140 ma si ferma lì o prosegue in modo errato.

Domanda 2

Punteggio pieno

Risposta corretta (unità di misura non richiesta) sia per metri/minuto sia per km/ora:
n = 140 x 0,80 = 112. Bernardo cammina 112 x 0,80 metri = 89,6 metri al minuto. La sua velocità è di 89,6 metri al minuto. Allora la sua velocità è di 5,38 o 5,4 km/ora.

Punteggio parziale

- non moltiplica per 0,8
- la trasformazione in km/h è sbagliata
- errori di calcolo
- *n* = 140 x 0,80 = 112 senza ulteriori procedimenti.

Tipologia: Aperta a risposta univoca con richiesta di procedimento.
Ambito prevalente: Relazioni e funzioni.
Processo prevalente - Conoscere e padroneggiare algoritmi e procedure in ambito aritmetico, geometrico,..).
Nuovo Obbligo di Istruzione

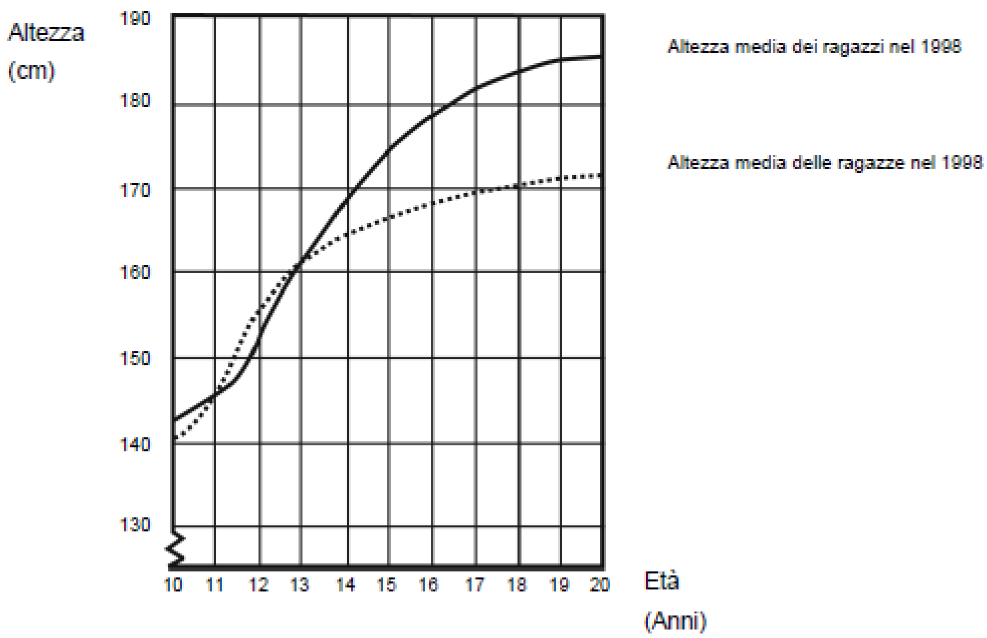
- **Competenza** – Utilizzare le tecniche e le procedure del calcolo aritmetico ed algebrico, rappresentandole anche sotto forma grafica.
- **Abilità** – impostare uguaglianze di rapporti per risolvere problemi di proporzionalità e percentuale; risolvere semplici problemi diretti e inversi.

21 Da compendio prove PISA

LA CRESCITA

I giovani diventano più alti

Il grafico seguente mostra l'altezza media dei ragazzi e delle ragazze olandesi nel 1998.



Domanda 1 - A partire dal 1980 l'altezza media delle ragazze di 20 anni è aumentata di 2,3 cm arrivando a 170,6 cm. Qual era l'altezza media delle ragazze di 20 anni nel 1980?
Risposta: ....cm

Domanda 2 - In base al grafico, in che periodo della vita le ragazze sono, in media, più alte dei maschi della stessa età?
....

Domanda 3 - Spiega in che modo il grafico mostra che, in media, la crescita delle ragazze è più lenta dopo i 12 anni.
....

Domanda 1

Punteggio pieno

- 168,3 (non è richiesto di specificare l'unità di misura)
-

Domanda 2

Punteggio pieno

- Indica l'intervallo corretto (fra 11 e 13 anni).
- Indica che le ragazze sono più alte dei ragazzi fra gli 11 e i 12 anni.

Punteggio parziale

- Indica altri gruppi di età, ad esempio: da 12 a 13; 12; 13; 11; da 11,2 a 12,8

Domanda 3

Punteggio pieno

- fa riferimento alla pendenza della curva utilizzando espressioni della vita quotidiana
- fa riferimento alla pendenza della curva utilizzando un linguaggio matematico
- paragona i due tassi di crescita effettivi

Tipologia: Aperta a risposta univoca (domande 1 e 2); aperta a risposta articolata (domanda 3).
Ambito prevalente: Relazioni e funzioni.
Processo prevalente:
Domanda 1 e 2 : Utilizzare la matematica appresa per il trattamento quantitativo dell'informazione in ambito scientifico, tecnologico, economico e sociale (descrivere un fenomeno in termini quantitativi, interpretare una descrizione di un fenomeno in termini quantitativi con strumenti statistici o funzioni, utilizzare modelli matematici per descrivere e interpretare situazioni e fenomeni,…
Domanda 3 : Acquisire progressivamente forme tipiche del pensiero matematico (congetturare, verificare, giustificare, definire, generalizzare,…).
Nuovo Obbligo di Istruzione

- **Competenza** – Analizzare dati e interpretarli sviluppando deduzioni e ragionamenti sugli stessi anche con l'ausilio di rappresentazioni grafiche, usando consapevolmente gli strumenti di calcolo e le potenzialità offerte da applicazioni specifiche di tipo informatico.
- **Abilità** – Leggere e interpretare tabelle e grafici in termini di corrispondenze fra elementi di due insiemi.

22 Da compendio prove PISA

VERIFICA DI SCIENZE

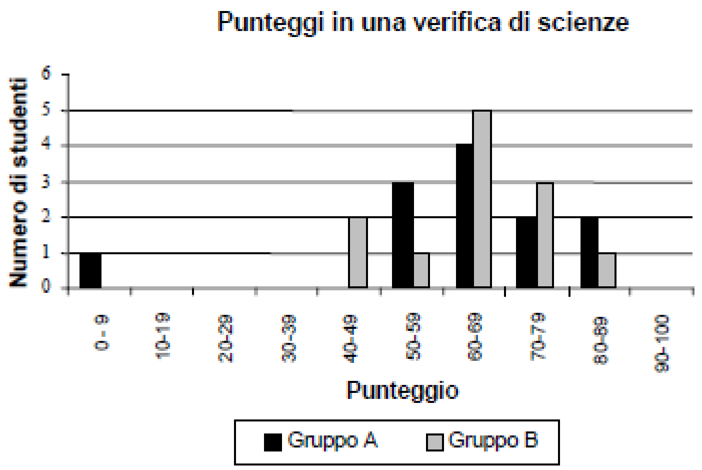
Nella scuola di Martina, l'insegnante di scienze fa delle verifiche nelle quali il punteggio massimo è 100.
Martina ha un punteggio medio di 60 nelle sue prime quattro verifiche di scienze. Alla quinta verifica, prende 80.
Qual è la media dei punteggi in scienze di Martina dopo tutte e cinque le verifiche?
Media: ....

Punteggio pieno
64
Tipologia: Aperta a risposta univoca.
Ambito prevalente: Dati e Previsioni.
Processo prevalente- Conoscere e padroneggiare i contenuti specifici della disciplina.
Nuovo Obbligo di Istruzione
L'argomento non è esplicitamente richiamato ma si tratta di una competenza richiesta agli studenti al termine del primo ciclo e che quindi si suppone acquisita stabilmente e può costituire un esempio di

23 Da compendio prove PISA

RISULTATI DI UNA VERIFICA

Il grafico seguente mostra i risultati di una verifica di scienze, ottenuti da due gruppi di studenti, indicati come Gruppo A e Gruppo B.
Il punteggio medio del Gruppo A è 62,0 e quello del Gruppo B è 64,5. Per avere la sufficienza, gli studenti devono ottenere almeno 50 punti.



In base a questo grafico, l'insegnante sostiene che, nella verifica, il Gruppo B è andato meglio del Gruppo A.
Gli studenti del Gruppo A non sono d'accordo con l'insegnante. Essi cercano di convincere l'insegnante che il Gruppo B non è necessariamente andato meglio.
Con l'aiuto del grafico, suggerisci agli studenti del Gruppo A una spiegazione matematica che potrebbero usare.

Punteggio pieno
Suggerisce una spiegazione valida. Spiegazioni valide potrebbero riguardare il numero di studenti che hanno superato la verifica, l'influenza negativa sulla media dell'unico studente che va molto male, oppure il numero di studenti con punteggi molto alti. :
• Più studenti del Gruppo A hanno superato la verifica rispetto a quelli del Gruppo B.
• Se si ignorano gli studenti meno bravi del Gruppo A, gli studenti del Gruppo A vanno meglio di quelli del Gruppo B.
• Più studenti del Gruppo A rispetto agli studenti del Gruppo B hanno ottenuto un punteggio di 80 o superiore.
Tipologia: Aperta a risposta articolata.
Ambito prevalente: Dati e previsioni.
Processo prevalente: Acquisire progressivamente forme tipiche del pensiero matematico (congetturare, verificare, giustificare, definire, generalizzare,…)
Nuovo Obbligo di Istruzione

- **Competenza** – Analizzare dati e interpretarli sviluppando deduzioni e ragionamenti sugli stessi anche con l'ausilio di rappresentazioni grafiche, usando consapevolmente gli strumenti di calcolo e le potenzialità offerte da applicazioni specifiche di tipo informatico.
- **Abilità** – Leggere e interpretare tabelle e grafici in termini di corrispondenze fra elementi di due insiemi.

24 Prove PISA rilasciate 2003

BATTITO CARDIACO

Per motivi di salute, le persone dovrebbero limitare i loro sforzi, ad esempio durante le attività sportive, per non superare una determinata frequenza del battito cardiaco. Per anni, la relazione tra la frequenza cardiaca massima consigliata e l'età della persona è stata descritta dalla seguente formula:

Frequenza cardiaca massima consigliata = 220 – età

Recenti ricerche hanno mostrato che questa formula dovrebbe essere leggermente modificata. La nuova formula è la seguente:

Frequenza cardiaca massima consigliata = 208 – (0,7 × età)

Domanda 1 - Un articolo di giornale afferma: "Una conseguenza dell'uso della nuova formula al posto della vecchia è che il numero massimo consigliato di battiti cardiaci al minuto diminuisce leggermente per i giovani e aumenta leggermente per gli anziani". A partire da quale età la frequenza cardiaca massima consigliata diventa maggiore come risultato dell'introduzione della nuova formula? Scrivi qui sotto i passaggi che fai per arrivare alla risposta.

Domanda 2 - La formula **frequenza cardiaca massima consigliata = 208 – (0,7 × età)** viene usata anche per determinare quando l'esercizio fisico ha efficacia massima. Alcune ricerche hanno mostrato che l'esercizio fisico ha la massima efficacia quando i battiti sono all'80% della frequenza cardiaca massima consigliata.

Scrivi una formula che fornisca la frequenza cardiaca, in funzione dell'età, affinché l'esercizio fisico abbia la massima efficacia.

Punteggio pieno

Domanda 1

Risposte che specifichino 40 o 41. Ad esempio: 220 – *età* = 208 – 0,7 × *età* ha come soluzione *età* = 40 e dunque le persone con più di 40 anni avranno una frequenza cardiaca massima consigliata più alta con la nuova formula.

Domanda 2

Risposte che riportino qualsiasi formula equivalente alla moltiplicazione della formula della frequenza cardiaca massima consigliata per 80 per cento.

- frequenza cardiaca = 166 – 0,56 × età
- frequenza cardiaca = 166 – 0,6 × età
- f = 166 – 0,56 × età
- f = 166 – 0,6 × età
- frequenza cardiaca = (208 – 0,7 × età) × 0,8.

Tipologia: Aperta a risposta univoca, con richiesta di procedimento.

Ambito prevalente: Relazioni e funzioni.

Processo prevalente:

Domanda 1: Saper risolvere problemi utilizzando gli strumenti della matematica.

Domanda 2: Conoscere e padroneggiare diverse forme di rappresentazione e saper passare dall'una all'altra.

Nuovo Obbligo di Istruzione

Domanda 1

- **Competenza** – Individuare le strategie appropriate per la soluzione di problemi.
- **Abilità** – Tradurre dal linguaggio naturale al linguaggio algebrico e viceversa. Formalizzare il percorso di soluzione di un problema attraverso modelli algebrici e grafici.

Domanda 2

- **Competenza** – Analizzare dati e interpretarli sviluppando deduzioni e ragionamenti sugli stessi anche con l'ausilio di rappresentazioni grafiche, usando consapevolmente gli strumenti di calcolo e le potenzialità offerte da applicazioni specifiche di tipo informatico.
- **Abilità** – Riconoscere una relazione tra variabili, in termini di proporzionalità diretta o inversa e formalizzarla attraverso una funzione matematica.

CHIACCHIERATA VIA INTERNET

Mark (da Sydney, Australia) e Hans (da Berlino, Germania) comunicano spesso tra loro utilizzando le «chat» su Internet. Per poter chattare devono collegarsi a Internet nello stesso momento.

Per trovare un'ora appropriata per chattare Mark ha consultato una tabella dei fusi orari e ha trovato quanto segue:

Domanda 38: CHIACCHIERATA VIA INTERNET

M402Q01 - 0 1 9

Quando sono le 19:00 a Sydney, che ora è a Berlino?

Risposta: ....

Domanda 39: CHIACCHIERATA VIA INTERNET

M402Q02 - 0 1 9

Mark e Hans non possono chattare tra le 9:00 e le 16:30 della loro rispettiva ora locale, perché devono andare a scuola. Inoltre, dalle 23:00 alle 7:00 ora locale non possono chattare perché stanno dormendo.

Qual è un'ora giusta per Mark e Hans per chattare? Scrivi le rispettive ore locali nella tabella.

Luogo	Ora
Sydney	
Berlino	

TASSO DI CAMBIO

Mei-Ling, una studentessa di Singapore, si prepara ad andare in Sudafrica per 3 mesi nell'ambito di un piano di scambi tra studenti. Deve cambiare alcuni dollari di Singapore (SGD) in rand sudafricani (ZAR).

Domanda 40: TASSO DI CAMBIO

M413Q01 - 0 1 9

Mei-Ling ha saputo che il tasso di cambio tra il dollaro di Singapore e il rand sudafricano è:

1 SGD = 4,2 ZAR

Mei-Ling ha cambiato 3.000 dollari di Singapore in rand sudafricani a questo tasso di cambio.

Quanti rand sudafricani ha ricevuto Mei-Ling?

Risposta: ....

Domanda 41: TASSO DI CAMBIO

M413Q02 - 0 1 9

Quando Mei-Ling torna a Singapore dopo 3 mesi, le restano 3.900 ZAR. Li cambia di nuovo in dollari di Singapore, notando che il nuovo tasso di cambio è:

1 SGD = 4,0 ZAR

Quanti dollari di Singapore riceve Mei-Ling?

Risposta: ....

Domanda 42: TASSO DI CAMBIO

M413Q03 - 01 02 11 99

Durante questi 3 mesi il tasso di cambio è passato da 4,2 a 4,0 ZAR per 1 SGD.

Per Mei-Ling è più vantaggioso che il tasso di cambio sia 4,0 ZAR invece di 4,2 ZAR nel momento in cui cambia i suoi rand sudafricani in dollari di Singapore? Spiega brevemente la tua risposta.

....

....

....

Domanda 43: VERIFICA DI SCIENZE

M468Q01

Nella scuola di Martina, l'insegnante di scienze fa delle verifiche nelle quali il punteggio massimo è 100. Martina ha un punteggio medio di 60 nelle sue prime quattro verifiche di scienze. Alla quinta verifica, prende 80.

Qual è la media dei punteggi in scienze di Martina dopo tutte e cinque le verifiche?

Media: ....

TERREMOTI

Domanda 44: TERREMOTI

M509Q01

È stato trasmesso un documentario sui terremoti e sulla frequenza con cui si verificano. Tale documentario comprendeva un dibattito sulla prevedibilità dei terremoti.

Un geologo ha dichiarato: «Nei prossimi venti anni, la probabilità che un terremoto si verifichi a Zedopoli è due su tre».

Quale delle seguenti affermazioni esprime meglio il significato *di ciò che ha detto il geologo*?

A Dato che $\frac{2}{3} \times 20 = 13{,}3$, tra il 13° e il 14° anno da oggi ci sarà un terremoto a Zedopoli.

B $\frac{2}{3}$ è maggiore di $\frac{1}{2}$, pertanto ci sarà senza dubbio un terremoto a Zedopoli durante i prossimi 20 anni.

C La probabilità che a Zedopoli vi sia un terremoto durante i prossimi 20 anni è maggiore della probabilità che non vi siano terremoti.

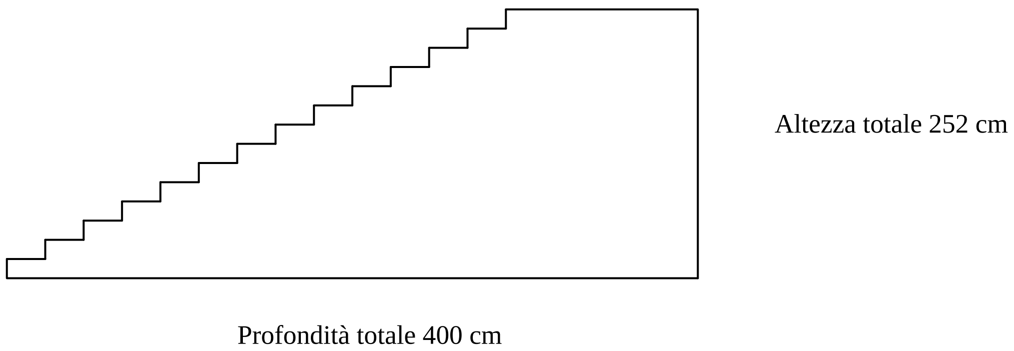
D È impossibile dire che cosa accadrà, perché nessuno può essere certo di quando si verificherà un terremoto.

SCALA

Domanda 45: SCALA

M547Q01

La seguente figura mostra una scala che ha 14 gradini e un’altezza totale di 252 cm.



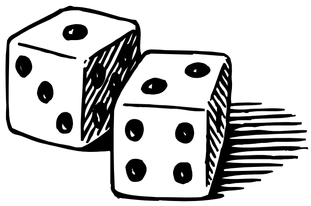
Qual è l’altezza di ciascuno dei 14 gradini?

Altezza: ....cm

DADI DA GIOCO

Domanda 46: DADI DA GIOCO

M555Q02



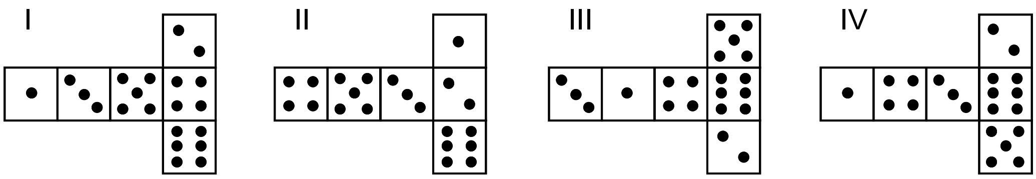
Il disegno a destra rappresenta due dadi.

I dadi sono cubi con le facce numerate secondo la seguente regola:

> La somma dei punti su due facce opposte deve essere sempre uguale a sette.

Puoi costruire un dado da gioco tagliando, piegando e incollando un pezzo di cartone. Puoi realizzare questo in molti modi. La figura qui sotto mostra quattro cartoncini che puoi utilizzare per costruire un dado.

Quale/i delle seguenti forme puoi ripiegare in modo da formare un dado che obbedisca alla regola per cui la somma delle facce opposte è 7? Per ciascuna forma, fai un cerchio intorno a «Sì» o «No» nella tabella che segue.



Forma	Obbedisce alla regola per cui la somma delle facce opposte è 7?
I	Sì / No
II	Sì / No
III	Sì / No
IV	Sì / No

L'AUTOMOBILE MIGLIORE

Una rivista di automobilismo usa un sistema di punteggi per valutare le nuove automobili e assegna il premio «Auto dell'Anno» all'automobile con il punteggio totale più alto. Vengono valutate cinque nuove automobili e i loro punteggi sono mostrati nella seguente tabella.

Automobile	Dispositivi di sicurezza (S)	Consumo di carburante (C)	Aspetto estetico (E)	Accessori interni (A)
Ca	3	1	2	3
M2	2	2	2	2
Sp	3	1	3	2
N1	1	3	3	3
KK	3	2	3	2

Ai punteggi corrispondono le seguenti valutazioni:

3 punti = Eccellente
2 punti = Buono
1 punto = Mediocre

Domanda 47: L'AUTOMOBILE MIGLIORE

M704Q01

Per calcolare il punteggio totale di un'automobile, la rivista di automobilismo usa la seguente formula, che è una somma ponderata dei singoli punteggi:

$$\text{Punteggio totale} = (3 \times S) + C + E + A$$

Calcola il punteggio totale ottenuto dall'automobile «Ca». Scrivi la tua risposta nello spazio qui sotto.

Punteggio totale per «Ca»: ....

Domanda 48: L’AUTOMOBILE MIGLIORE

M704Q02

Il produttore dell’automobile «Ca» ha ritenuto ingiusta la regola utilizzata per calcolare il punteggio totale.

Scrivi una regola per calcolare il punteggio totale che permetta all’automobile «Ca» di vincere.

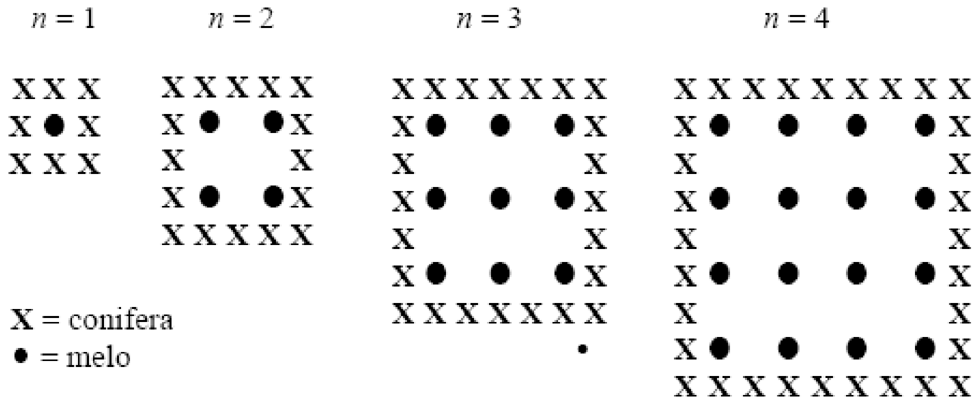
La tua regola dovrà includere tutte e quattro le variabili e dovrai scrivere la regola inserendo numeri positivi nei quattro spazi della formula qui sotto.

Punteggio totale: ……….$\times$ S + ……… $\times$ C + ……… $\times$ E + ……… $\times$ A

MELI

Un agricoltore pianta dei meli in modo da formare un quadrato. Per proteggere questi alberi dal vento, pianta delle conifere intorno al frutteto.

Qui sotto puoi vedere uno schema che rappresenta la disposizione dei meli e delle conifere per un numero qualsiasi (n) di filari di meli:



Domanda 49: MELI

M136Q01-01 02 11 12 21 99

Completa la tabella:

n =	Numero di meli	Numero di conifere
1	1	8
2	4	
3		
4		
5		

Domanda 50: MELI

M136Q02-00 11 12 13 14 15 99

Con le due formule seguenti puoi calcolare il numero di meli e il numero di conifere della disposizione descritta prima:

Numero di meli = n^2

Numero di conifere = $8n$

dove n è il numero di filari di meli.

Vi è un valore di n per cui il numero di meli è uguale al numero di conifere. Trova il valore di n e mostra il metodo che hai usato per calcolarlo.

Domanda 51: MELI

M136Q03-01 02 11 21 99

Supponi che l'agricoltore voglia ingrandire il frutteto con molti filari di alberi. Man mano che l'agricoltore ingrandisce il frutteto, che cosa aumenta più velocemente: il numero di meli o il numero di conifere? Spiega come hai trovato la risposta.

....

....

....

AREA DI UN CONTINENTE

La figura illustra una carta geografica dell'Antartide.

Domanda 52: AREA DEL CONTINENTE

M148Q02- 01 02 11 12 13 14 21 22 23 24 25 99

Stima l'area dell'Antartide utilizzando la scala della carta geografica.

Mostra il tuo lavoro e spiega come hai fatto la tua stima. (Puoi disegnare sulla carta se questo può aiutarti a fare la tua stima).

....

....

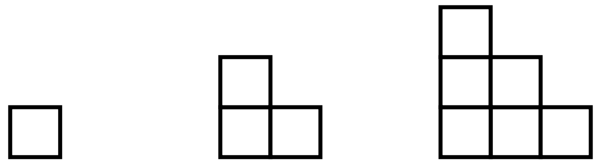
....

MOTIVI A SCALETTA

Domanda 53: MOTIVI A SCALETTA

M806Q01

Roberto costruisce dei motivi a scaletta usando dei quadrati. Procede per passi successivi:



Passo 1 Passo 2 Passo 3

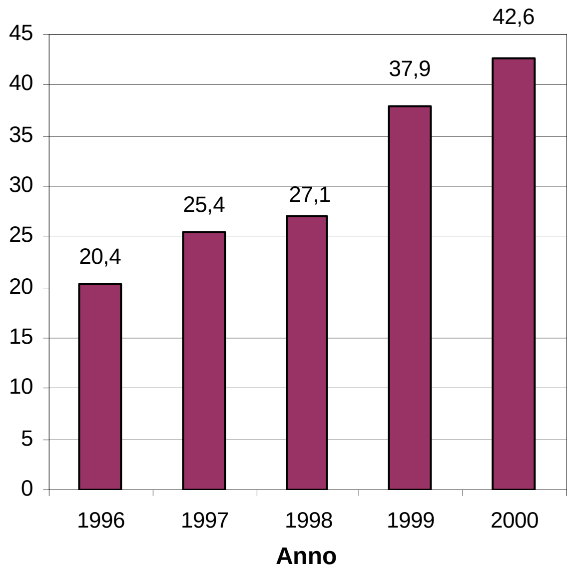
Come puoi vedere, usa un quadrato per il Passo 1, tre quadrati per il Passo 2 e sei quadrati per il Passo 3.

Quanti quadrati dovrà usare per il quarto passo?

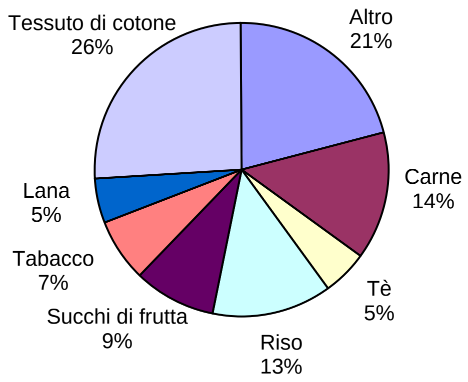
Risposta: ....quadrati

ESPORTAZIONI

Totale delle esportazioni annue della Zedlandia in milioni di zed, 1996-2000



Distribuzione delle esportazioni della Zedlandia nel 2000



I seguenti grafici forniscono alcune informazioni sulle esportazioni della Zedlandia, un Paese in cui si usa lo zed come moneta corrente.

Domanda 54: ESPORTAZIONI

M438Q01 - 0 1 9

Qual è stato l'ammontare totale (in milioni di zed) delle esportazioni della Zedlandia nel 1998?

Risposta: ....

Domanda 55: ESPORTAZIONI

M438Q02

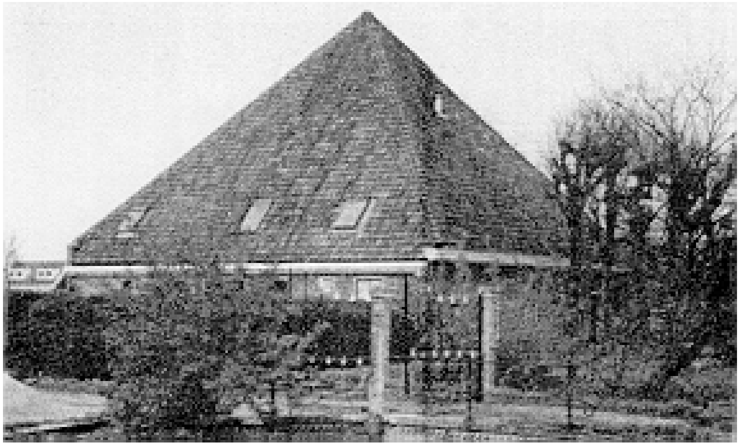
Quale è stato l'ammontare delle esportazioni di succhi di frutta della Zedlandia nel 2000?

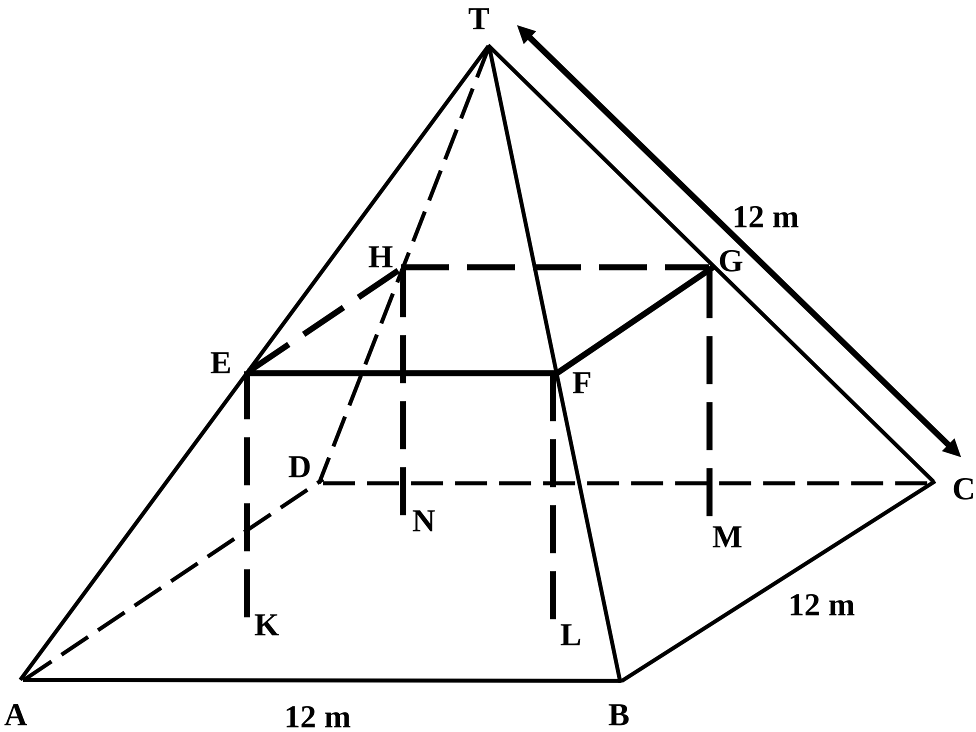
A 1,8 milioni di zed
B 2,3 milioni di zed
C 2,4 milioni di zed
D 3,4 milioni di zed
E 3,8 milioni di zed

FATTORIE

In questa pagina è riportata la fotografia di una fattoria con il tetto a forma di piramide.

Di seguito si trova un modello matematico del **tetto** della fattoria realizzato da uno studente, con alcune misure.





Il pavimento della soffitta, ABCD nel modello, è un quadrato. Le travi che sostengono il tetto sono gli spigoli di un blocco (prisma rettangolare) EFGHKLMN. E è il punto medio di AT, F è il punto medio di BT, G è il punto medio di CT e H è il punto medio di DT. Tutti gli spigoli della piramide nel modello sono lunghi 12 m.

Domanda 56: FATTORIE

M037Q01

Calcola l’area del pavimento della soffitta ABCD.

Area del pavimento della soffitta ABCD = _______________ m²

Domanda 57: FATTORIE

M037Q02

Calcola la lunghezza di EF, uno degli spigoli orizzontali del blocco.

Lunghezza di EF = _____________ m

LIBRERIA

Domanda 58: LIBRERIA *M484Q01*

Per costruire una libreria, un falegname ha bisogno del seguente materiale:

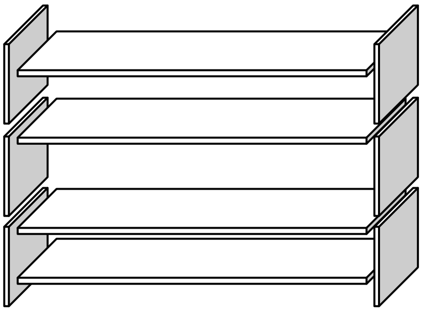
4 assi di legno lunghe

6 assi di legno corte

12 ferri ad angolo piccoli

2 ferri ad angolo grandi

14 viti



Il falegname ha a disposizione 26 assi lunghe, 33 assi corte, 200 ferri ad angolo piccoli, 20 ferri ad angolo grandi e 510 viti.

Quante librerie complete può costruire il falegname?

Risposta: ....

VERSO LA RILEVAZIONE INVALSI
SCUOLA SECONDARIA DI SECONDO GRADO

PROVA DI MATEMATICA

30 quesiti

1 Febbraio 2011

Scuola ....

Classe ....

Alunno ....

1 a e b sono numeri reali che verificano questa uguaglianza:

$$(a + b)^2 = (a - b)^2 + 4.$$

Quanto vale il loro prodotto?

A Non si può determinare.
B 0
C 1
D 2

2 Una scatola contiene 60 palline: alcune bianche, alcune rosse e alcune nere. Sapendo che la probabilità di estrarre una pallina nera vale 0,2 , puoi affermare che:

A le palline rosse sono più di 50.
B le palline nere sono più di 20.
C le palline bianche sono almeno 50.
D le palline nere sono esattamente 12.

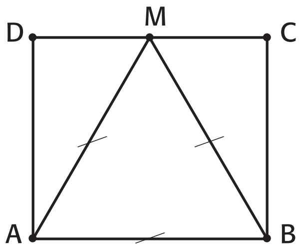
3 Una scuola è costituita da due piani e i 900 alunni che la frequentano sono così distribuiti:

	biennio	**triennio**	**totale**
1° piano	180	360	540
2° piano	140	220	360
totale	320	580	900

Quale fra le seguenti affermazioni è *falsa*?

A Il 40% degli alunni della scuola si trova al 2° piano.
B I 2/3 degli alunni del 1° piano frequentano il triennio.
C Gli alunni del triennio costituiscono il 70% del totale.
D Il 20% degli alunni della scuola frequenta il biennio in un'aula del 1° piano.

4 Nel rettangolo *ABCD*, congiungendo *A* e *B* con il punto medio *M* del lato opposto, si ottiene un triangolo equilatero. Quale tra le seguenti affermazioni è sicuramente vera?



A *ABCD* è un quadrato.
B Il triangolo *ABM* è equivalente alla metà del rettangolo *ABCD*.
C Il perimetro del triangolo *ABM* è la metà di quello del rettangolo *ABCD*.
D *AM* è bisettrice dell'angolo $D\hat{A}B$.

5 Il prezzo di vendita di un'automobile viene prima aumentato del 20% poi, in occasione di una svendita, diminuito del 20%. Rispetto al prezzo originale, cosa si può dire dell'attuale prezzo dell'automobile?

A È rimasto invariato.
B È aumentato del 4%.
C È diminuito del 4%.
D È diminuito del 2%.

6 Nel trapezio rettangolo *ABCD* la base maggiore *AB* è lunga il doppio della base minore *CD* e il segmento *MN*, parallelo alle basi con *M* su *AD* e *N* su *BC*, è tale che $AM = 2MD$. Qual è il rapporto tra l'area del trapezio *ABNM* e l'area del trapezio *MNCD*?

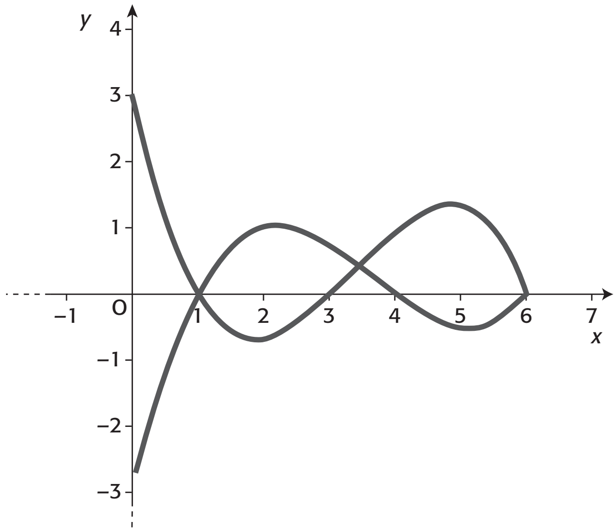
A 3

B $\frac{20}{7}$

C 9

D $\frac{18}{7}$

7 Le due funzioni rappresentate in figura sono definite nell'intervallo [0;6]. Per quali valori di *x* le due funzioni hanno entrambe valore positivo?



A $\{1 < x < 4\} \cup \{3 < x < 6\}$
B $\{3 < x < 4\}$
C $\{0 < x < 4\} \cup \{3 < x < 6\}$
D $\{1 < x < 6\}$

8 La media dei voti delle prime tre verifiche di matematica sostenute da Gianni è 6. Nella quarta verifica Gianni ha preso 8. Qual è la media attuale dei voti di Gianni?

A 7
B 6
C 6,5
D 7,5

9 Nel quadrilatero *ABCD* la diagonale *AC* è bisettrice sia dell'angolo $D\hat{A}B$ che dell'angolo $D\hat{C}B$. Quale tra le seguenti proposizioni è sicuramente vera?

A *ABCD* è un rombo.
B *ADC* e *ABC* sono triangoli rettangoli.
C *ABCD* è un rettangolo.
D *ADC* e *ABC* sono triangoli congruenti.

10 In alternativa alla scala *Celsius*, è utilizzata, ad esempio negli USA, un'altra scala per misurare le temperature, detta *Fahrenheit*. Il legame tra queste due scale è fornito dalla tabella:

	°C	°F
Congelamento dell'acqua	0°C	32°F
Ebollizione dell'acqua	100°C	212°F

Quale tra le seguenti espressioni esprime la relazione tra il valore C di gradi Celsius ed il valore F degli equivalenti gradi Fahrenheit?

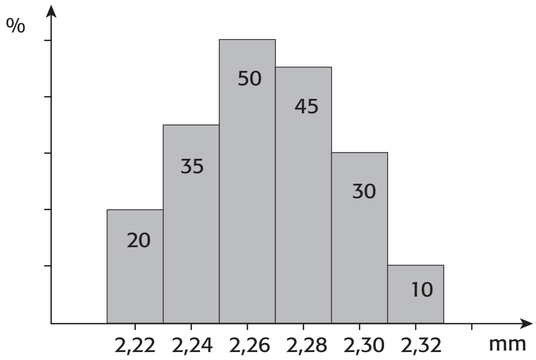
A $C = \frac{3}{5}(F - 32)$

B $C = F - 112$

C $C = F - 32$

D $C = \frac{5}{9}F - \frac{160}{9}$

11 Nel seguente istogramma sono riportate le frequenze assolute degli esiti delle misurazioni del diametro di 200 bulloni, presi come campione di controllo. Se si sceglie a caso uno dei bulloni, qual è la probabilità che la misura del suo diametro sia compresa tra 2,23 mm e 2,25 mm?



A 25,5%
B 55,0%
C 35,0%
D 17,5%

12 Nel triangolo ABC la mediana CM relativa al lato AB è tale che $AB = 2CM$. Quale tra le seguenti proposizioni è sicuramente vera?

A ABC è un triangolo rettangolo.
B ABC è un triangolo isoscele.
C ABC è un triangolo ottusangolo.
D I triangoli ACM e BCM hanno lo stesso perimetro.

13 Il numero delle diagonali di un poligono con n lati:

A è sempre superiore a n.
B può essere uguale a n.
C è $n - 2$.
D è sempre un numero pari.

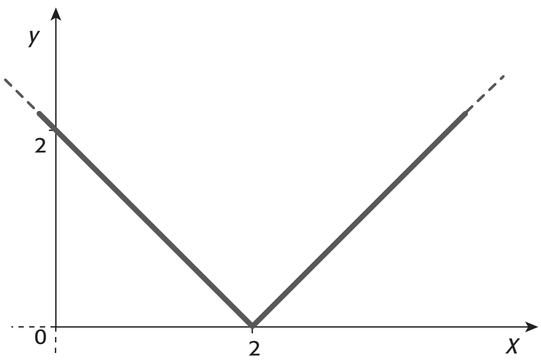
14 Quali numeri reali e positivi sono minori del proprio quadrato?

A Tutti.
B Solo quelli minori di 1.
C Solo quelli maggiori di 1.
D Nessuno.

15 Quale tra i seguenti eventi ha maggiore probabilità di verificarsi?

A Esce 6 nel lancio di un dado a sei facce.
B Esce somma 7 nel lancio di due dadi a sei facce.
C Escono tre teste nel lancio di tre monete.
D Esce o somma 4 o somma 5 nel lancio di due dadi a sei facce.

16 Quale delle seguenti funzioni ha il grafico rappresentato in figura?



A $y = |x| + 2$
B $y = |x + 2|$
C $y = |x - 2|$
D $y = 2 - |x|$

17 Quale coppia di insiemi di numeri è caratterizzata dall'avere lo stesso valore medio ma diverso indice di variabilità?

A {2, 3, 1, 5, 4}, {2, 2, 1, 2, 3}
B {3, 1, 3, 1, 7}, {3, 1, 6, 1, 4}
C {1, 2, 3, 4, 5}, {3, 4, 3, 3, 2}
D {3, 1, 6, 1, 4}, {1, 3, 4, 6, 6}

18 Quale tra queste disuguaglianze è *falsa*?

A $\sqrt{2} + 1 > \sqrt{3}$
B $\sqrt{3} + 1 < \sqrt{6}$
C $4 - \sqrt{6} > \sqrt{2}$
D $\sqrt{3} - \sqrt{2} > \sqrt{5} - 2$

19 Qual è la radice quadrata del seguente numero?

$$\left[2 - \left(\frac{3}{5}\right)^{-1}\right]^{2} - \left(\frac{1}{1 - \frac{4}{5}}\right)^{-2}$$

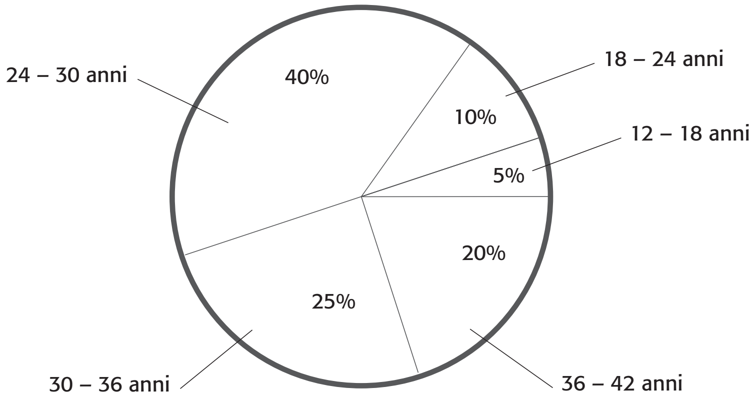
A $\frac{16}{225}$ B $\frac{4}{15}$
C 0 D $\sqrt{2}$

20 Dato $a \in R$, l'uguaglianza:

$$(a-1)(a^2+1)(a^2+1)+1=a^4$$

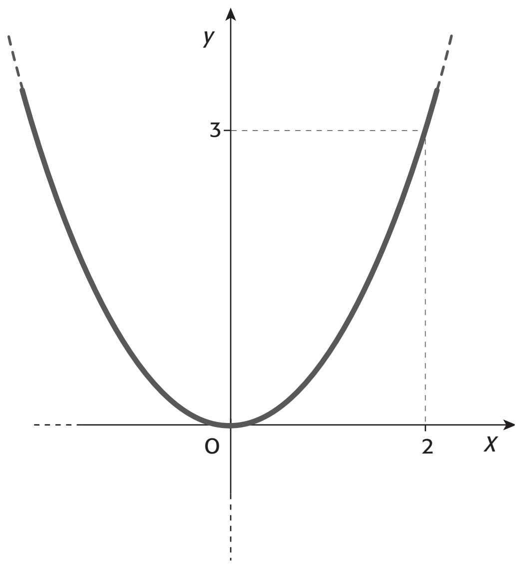
A è vera per ogni $a \in R$.
B è vera solo se $a=1$.
C è vera solo se $a=0$.
D è falsa se $a=-1$.

21 Il diagramma in figura rappresenta la distribuzione delle età di un gruppo di persone intervistate nel corso di un sondaggio. Qual è la migliore stima dell'età media delle persone intervistate che se ne può ricavare?



A 27 anni
B 26 anni
C 30 anni
D 33 anni

22 In figura è rappresentato il grafico della funzione $y=ax^2$ per:



A nessun valore di a.
B $a=1$.
C $a=\frac{4}{3}$.
D $a=\frac{3}{4}$.

23 Da un'urna contenente un ugual numero di palline bianche e di palline nere, vengono rimosse due palline bianche. Sapendo che ora la probabilità di estrarre una pallina bianca è pari a 3/8, quante palline si trovavano inizialmente nell'urna?

A 5
B 10
C 6
D 12

24 Le misure x e y dei lati di un rettangolo sono tali che se x aumenta di 2 unità e y diminuisce di 2 unità, l'area resta invariata. Quale relazione lega x e y?

A $y = -x+2$
B $y = x$
C $x + y + 2 + 0$
D $y = x+2$

25 Le diagonali di un trapezio *ABCD*, di base maggiore *AB*, si incontrano nel punto *O*. Quale tra le seguenti affermazioni è necessariamente vera?

A I triangoli *ABO*, *BCO*, *CDO*, *ADO* sono tra loro simili.
B I triangoli *ABO* e *CDO* sono tra loro simili.
C I triangoli *BCO* e *ADO* sono tra loro simili.
D Nessuno dei triangoli *ABO*, *BCO*, *CDO*, *ADO* è necessariamente simile a un altro tra questi.

26 Il numero $10\left(\frac{13}{11} - 1{,}1\overline{72}\right)$ è equivalente alla frazione:

A $\frac{1}{11}$.
B $\frac{1}{10}$.
C $\frac{10}{11}$.
D $\frac{101}{110}$.

27 In un dato sistema di riferimento cartesiano, il triangolo *ABC* di vertici $A(1; 2)$, $B(3; -1)$, $C(-1; 0)$ e quello di vertici $A'(-2; 5)$, $B'(0; 2)$, $C'(-4; 3)$ si corrispondono secondo quale trasformazione geometrica?

A Una similitudine non isometrica.
B Una traslazione.
C Una simmetria assiale.
D Una rotazione.

28 Stai analizzando le tariffe di due ditte di traslochi. La ditta *A* fa pagare il trasporto chiedendo un contributo per le spese fisse di 180 euro alle quali si aggiungono 4 euro al kilometro. Il costo del trasloco con la ditta *B* non ha invece costi fissi, però è di € 8,50 per ogni kilometro percorso. Quale tra le seguenti affermazioni è vera?

A Per traslocare da Rimini a Milano conviene affidarsi alla ditta *B*.
B La ditta *B* è in ogni caso la peggiore offerente, perché il costo al kilometro è nettamente maggiore.
C Conviene sempre affidarsi alla ditta *B*, poiché non fa pagare le spese fisse.
D Per spostamenti di 40 kilometri le due proposte si equivalgono.

29 Se a, b, c sono interi positivi qualsiasi, quale tra le seguenti implicazioni è *falsa*?

A Se $\frac{a}{b} > \frac{c}{d}$, allora $ad > bc$.

B Se $\frac{a}{b} > \frac{c}{d}$, allora $\frac{a+b}{b} > \frac{c+d}{d}$.

C Se $\frac{a}{b} > \frac{c}{d}$, allora $\frac{a-b}{b} > \frac{c-d}{d}$.

D Se $\frac{a}{b} > \frac{c}{d}$, allora $a + d > b + c$.

30 Nel triangolo rettangolo ABC i cateti AB e BC sono lunghi rispettivamente 4 e 3 unità. Sia BH l'altezza relativa all'ipotenusa AC, e sia K la proiezione ortogonale di H su AB. Quanto misura HK?

A $\frac{36}{25}$

B 2

C $\frac{48}{25}$

D $\frac{16}{9}$